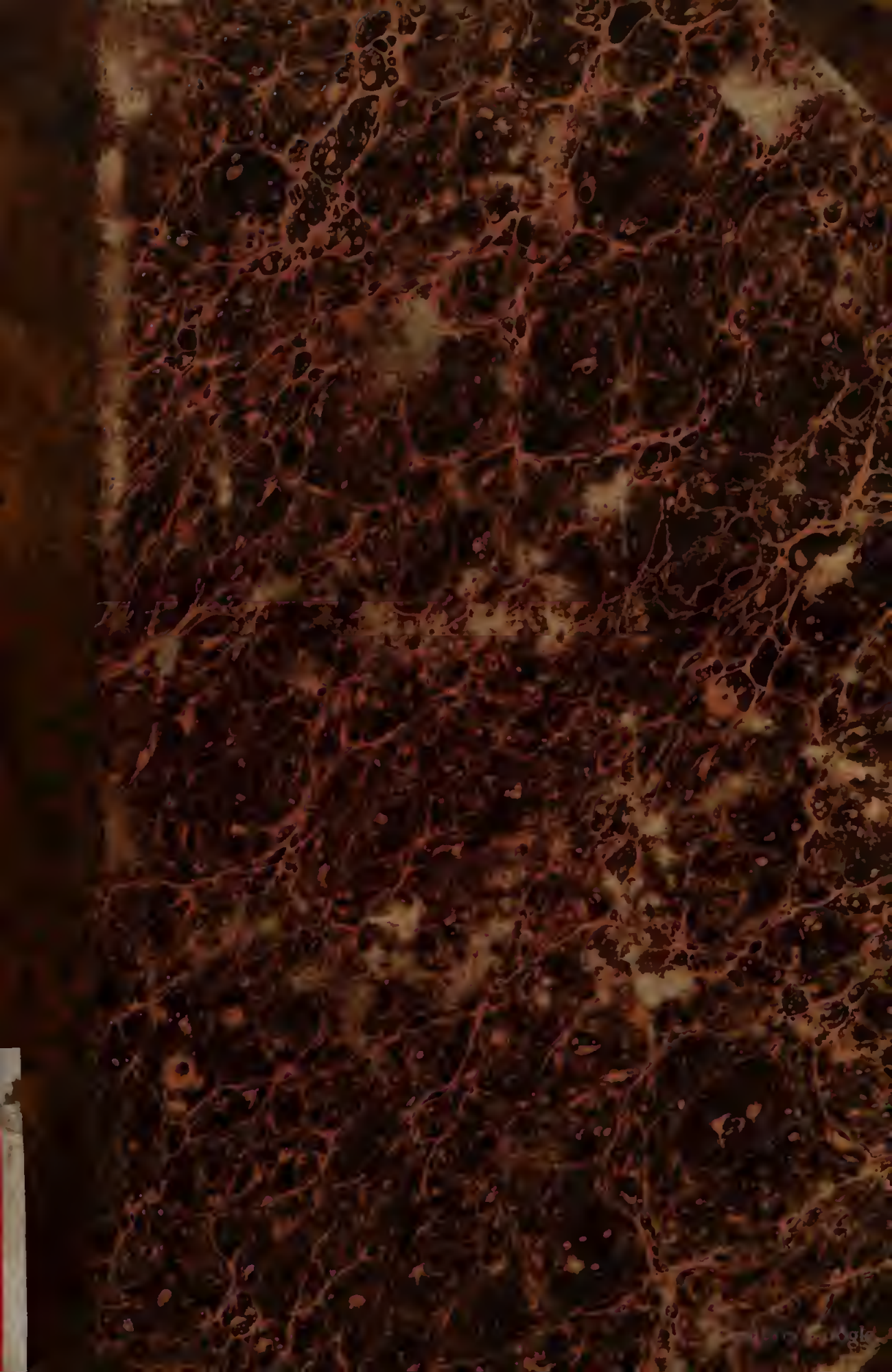


FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XXIII

Palchetto

Num.° d' ordine 87 11048

17.B.43

NAZIONALE
B. Prov.
I
1941
R. BIBLIOTECA VITT. EM. III
NAPOLI

B. Prov.
I
1941

C 08 1h0

INSTRUCTION

SUR

LES MESURES

DÉDUITES

DE LA GRANDEUR DE LA TERRE;

UNIFORMES

POUR TOUTE LA RÉPUBLIQUE,

ET

SUR LES CALCULS RELATIFS

À LEUR DIVISION DÉCIMALE;

PAR la Commiſſion temporaire des Poids & Meſures républicaines,

En exécution des Décrets de la Convention Nationale.

ÉDITION ORIGINALE.

À PARIS,

DE L'IMPRIMERIE NATIONALE EXÉCUTIVE DU LOUVRE.

An II.e de la République une & indiviſible.

Faute à corriger.

Page 189, ligne 17, au lieu de celui de la bouteille, *lisez* celui du goulot de la bouteille.

TABLE

Des articles contenus dans cette Instruction.

Discours préliminaire..page ix.

PREMIÈRE PARTIE.

Système des Mesures déduites de la grandeur de la Terre..... page 1.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES MESURES..... ibid.

I. DES MESURES LINÉAIRES..... 7.

Détermination de l'unité des Mesures linéaires. 10.

Nouvelle division de la circonférence du Cercle. 20.

Avantages des nouvelles Mesures.... 23.

Expérience du Pendule..... 25.

Nouvelle division de la durée du Jour.. 32.

Description de l'étalon du mètre & des principales mesures usuelles de longueur. 34.

II. DES MESURES AGRAIRES..... 40.

III. DES MESURES DE CAPACITÉ.... 44.

IV. DES POIDS . . . . . page 49.
Détermination de l'unité de Poids . . . . 50.
Diviſions & ſousdiviſions de l'unité de Poids. 55.
V. DES MONNOIES . . . . . 62.

SECONDE PARTIE.

Calcul relatif à la diviſion décimale des Meſures déduites de la grandeur de la Terre . . . . . 63.
NOTIONS PRÉLIMINAIRES . . . . . ibid.
Table des abrévations des noms de Meſures & de Poids . . . . . 65.
I. DE LA MANIÈRE D'EXPRIMER EN CHIFFRES LES RÉSULTATS DES OPÉRATIONS SUR LES NOUVELLES MESURES . . . 67.
II. DE L'ADDITION . . . . . 79.
1.° *Addition des Livres, Décimes & Centimes* . . . . . ibid.
2.° *Additions des meſures de longueur pour le commerce des étoffes* . . . . . 82.
3.° *Addition des meſures de longueur pour les ouvrages de conſtruction* . . . . . 84.
4.° *Addition des Poids* . . . . . 86.
Remarques . . . . . 91.

Digitized by Google

III. DE LA SOUSTRACTION . . . . . page 93.
1°. *Souſtraction des Livres, Décimes & Centimes* . . . . . ibid.
2.° *Souſtraction des meſures de longueur pour le commerce des étoffes* . . . . . 95.
3.° *Souſtraction des meſures de longueur pour les ouvrages de conſtruction* . . . . . 97.
4.° *Souſtraction des Poids* . . . . . 99.
IV. DE LA MULTIPLICATION . . . . . 102.
1.° *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes par un nombre ſimple* . . . 103.
2.° *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes, par un nombre complexe qui exprime des meſures de longueur pour le commerce des étoffes* . . . . . 107.
Remarque . . . . . 110.
3.° *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes, par des nombres qui repréſentent des meſures de longueur pour les ouvrages de conſtruction* . . . . . 113.
4.° *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes, par des nombres qui repréſentent des poids* . . . . . 116.
5.° *Uſages de la Multiplication, relatifs à la meſure des ſurfaces* . . . . . 121.

6.° *Usages de la Multiplication pour la mesure des solidités*.....page 132.
7.° *Méthode pour abréger, dans certains cas, la Multiplication*..... 140.
V. DE LA DIVISION..... 149.
1.° *Division d'un nombre d'unités de livres par un nombre composé d'unités quelconques*..... 152.
2.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes, par un nombre d'unités quelconques*..... 157.
3.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes, par un nombre fractionnaire qui exprime des mesures de longueur pour les étoffes*..... 160.
4.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes, par un nombre fractionnaire qui représente des mesures de longueur pour les ouvrages de construction*..... 162.
5.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes, par un nombre fractionnaire qui représente des poids*. 165.
Remarques..... 167.
VI. OBSERVATIONS SUR LE CALCUL

DÉCIMAL . . . . . page 170.
VII. SOLUTIONS DE DIVERSES QUESTIONS RELATIVES AUX MESURES DÉDUITES DE LA GRANDEUR DE LA TERRE . . . . 178.
1.re QUESTION, relative à la détermination du mètre . . . . . ibid.
2.e QUESTION, sur le rapport du pied au mètre . . . . . 179.
3.e QUESTION, sur le rapport de l'aune au mètre . . . . . 180.
4.e QUESTION, sur la manière de réduire un certain nombre de toises & de fractions de la toise, en mètres & en parties décimales du mètre . . . . . 181.
5.e QUESTION, sur la manière de réduire les parties de l'ancien jour en celles du nouveau . . . . . 182.
6.e QUESTION, sur le rapport du mètre carré au pied carré . . . . . 184.
7.e QUESTION, sur le rapport du grand arpent à l'are . . . . . ibid.
8.e QUESTION, sur la manière de trouver la quantité de mètres d'étoffe nécessaire pour tapisser un endroit dont les dimensions sont données . . . . . 185.

9.e QUESTION, relative à la conſtruction & au prix d'une cloiſon dont les dimenſions ſont données ..... page 186.
10.e QUESTION, relative à la meſure des ſolidités ..... 188.
11.e QUESTION, ſur le rapport de l'ancienne livre poids de marc, au grave. ibid.
12.e QUESTION, ſur l'étalonnage du cadil. 189.
Remarque ..... 191.
VIII. DES FORMES ET DES DIMENSIONS DES MESURES RÉPUBLICAINES ..... 196.
1.° *Meſures de grains* ..... 200.
2.° *Meſures de liquides* ..... 201.

APENDICE.

IX. DIVISION DU THERMOMÈTRE ET DU BAROMÈTRE ..... 202.
1.° *Diviſion du Thermomètre* ..... ibid.
2.° *Diviſion du Baromètre* ..... 208.
X. DISPOSITION ET USAGE DES TABLES DE RÉDUCTION DES ANCIENNES MESURES AUX NOUVELLES ..... 211.

AVIS

Sur les Corrections de Nomenclature à faire dans cette Instruction, en conséquence de la Loi du 18 Germinal, an troisième.

Le décret de la Convention nationale, du 1.er août 1793, en adoptant le nouveau système des poids et mesures présenté par l'académie des sciences, et ordonnant que ce système serait établi dans toute la République, avait chargé la même académie de composer un livre élémentaire contenant des instructions simples sur la manière de se servir des nouvelles mesures, et de pratiquer les opérations d'arithmétique relatives à la division décimale.

L'académie fut supprimée peu de temps après; mais les travaux relatifs à l'établissement des nouveaux poids et mesures furent continués par une commission créée à cet effet et composée des mêmes savans qui s'étaient déjà occupés du nouveau système.

Cette commission ne tarda pas à remplir le vœu de la loi; elle publia, dès l'an 2, un ouvrage élémentaire ayant pour titre : *Instruction sur les mesures déduites de la grandeur de la terre;* elle fit ensuite paraître le même ouvrage sous une forme plus abrégée et plus simple, afin d'être utile à un

plus grand nombre de citoyens; l'une et l'autre instruction ont été répandues avec profusion, et réimprimées dans un grand nombre de districts, sur l'invitation du ministre de l'intérieur.

Des circonstances impérieuses détournèrent pendant quelques temps l'attention du gouvernement, de l'affaire des poids et mesures; mais ce temps ne fut pas entièrement perdu pour elle; il donna lieu à quelques savans d'examiner de plus près la nomenclature annexée à la loi du 1.er août 1793, et d'en proposer une nouvelle à-la-fois plus simple et plus méthodique.

Celle-ci a été adoptée définitivement par la loi du 18 germinal, qui contient d'ailleurs toutes les dispositions nécessaires pour accélérer la fabrication et l'émission des nouvelles mesures.

On pourrait croire, d'après cette dernière loi, que les instructions publiées par la commission temporaire des poids et mesures, et les autres ouvrages de ce genre, fondés sur l'ancienne nomenclature, sont devenus inutiles ou même nuisibles, à cause de la confusion des noms qui peut en résulter; et ce serait une vraie perte pour le public, de ne pouvoir profiter de ces instructions qui ont été rédigées avec beaucoup de soin et de clarté, par des savans du premier ordre; mais une seule observation dissipe ces craintes. Le nouveau système des poids et mesures a été conservé dans son entier par la loi du 18 germinal; les choses sont toujours

les mêmes, et il n'y a que quelques noms de changés. Il suffit donc de la simple substitution des nouveaux noms aux anciens, pour que les ouvrages dont nous parlons recouvrent toute leur utilité, et contribuent efficacement à la propagation du système. Les corrections sont nombreuses, et il importe de les faire avant la lecture de l'ouvrage; mais en cela il n'y a aucune difficulté, et nous allons donner là-dessus tous les éclaircissemens nécessaires.

Mesures de longueur.

La dix millionième partie du quart du méridien est toujours l'unité principale des mesures de longueur; elle conserve le nom de MÈTRE, et on continue d'appeler *décimètre*, la dixième partie du mètre; *centimètre*, sa centième partie; *millimètre*, sa millième partie.

Les multiples du mètre ont reçu des noms nouveaux. On appelle maintenant *décamètre*, une longueur de 10 mètres; *hectomètre*, une de 100; *kilomètre*, une de 1000; et *myriamètre*, une de 10000.

Le *millaire* est par conséquent la seule unité dont on ait changé le nom en celui de *kilomètre*, ce qui fournit cette correction :

Nom ancien.	*Nom nouveau.*
Millaire.....	Kilomètre.

Dans les nouvelles dénominations on se sert,

comme on vient de voir, des noms abrégés, *déca*, *hecto*, *kilo*, *myria*, mis devant le mot radical *mètre*, pour désigner des unités dix fois, cent fois, mille fois, dix mille fois plus grandes que le mètre, et on continue de se servir des abrégés *déci*, *centi*, *milli*, pour exprimer des quantités dix fois, cent fois, mille fois plus petites. L'étymologie de ces abrégés est tirée du grec pour la série ascendante, et du latin pour la série descendante; ils s'adaptent d'ailleurs à tous les genres de mesures, et mettent ainsi dans les différentes parties du système toute la simplicité et l'harmonie desirables.

Mesures agraires.

On appelait précédemment *are*, un quarré de 100 mètres de côté; On appele maintenant du même nom un quarré cent fois moindre, ou qui n'a que dix mètres de côté. Voici la correspondance des anciens noms aux nouveaux.

Noms anciens.	*Noms nouveaux.*
Are.....	Hectare.
Déciare.....	Décare.
Centiare.....	Are.

On conçoit, par ce qui a été déjà dit, pourquoi décaare ou décare représente 10 ares, et pourquoi hectaare ou hectare en représente 100. De même kiloare ou kilare serait une étendue de 1000 ares, et myriare une de 10000. Un système méthodique

de nomenclature a cet avantage qu'il fournit les noms des choses mêmes dont on ne fait point usage. Dans les mesures agraires on ne fera guère usage que de l'*are* qui remplacera la perche quarrée, de l'*hectare* qui remplacera l'arpent, et peut-être du *myriare* pour évaluer les grands territoires.

Remarquez que le *centiare*, dans la nouvelle dénomination, revient au mètre carré.

Mesures de capacité.

Il y avait ci-devant pour ces mesures deux sortes d'unités; l'une, appelée *pinte* et ensuite *cadil*, était égale au décimètre cube; l'autre appelée *cade* valait mille *cadils* ou un mètre cube. Dans la nouvelle nomenclature, le *litre* est précisément la même chose que le *cadil*, et les autres mesures se déduisent du litre, comme on le voit dans le tableau suivant.

Noms anciens.	*Noms nouveaux.*
Cade	Kilolitre.
Décicade	Hectolitre.
Centicade	Décalitre.
Pinte ou Cadil	Litre.
Décicadil	Décilitre.
Centicadil	Centilitre.

Poids.

Trois unités principales de poids avaient été choisies dans l'ancienne nomenclature. La moyenne appelée *grave*, représentait le poids d'un décimètre cube d'eau distillée, à la température de la glace

fondante ; la plus petite, appelée *gravet*, était égale à la millième partie du grave ; la plus grande, appelée *bar*, équivalait à mille graves. La nomenclature nouvelle a un grand avantage à cet égard sur l'ancienne : elle ne présente qu'un seul nom générique, celui de gramme qui répond à gravet, et tous les noms des autres poids, au moins de ceux qui sont nécessaires dans l'usage, s'en déduisent, comme on le voit dans le tableau suivant.

Noms anciens.	*Noms nouveaux.*
Bar.....	
Décibar.....	
Centibar.....	Myriagramme.
Grave.....	Kilogramme.
Décigrave.....	Hectogramme.
Centigrave.....	Décagramme.
Gravet.....	Gramme.
Décigravet.....	Décigramme.
Centigravet.....	Centigramme.
Milligravet.....	Milligramme.

Le bar et le décibar n'ont pas de correspondans dans les noms nouveaux ; mais peu importe, parce que le bar étant de 2044 livres, et le décibar de 204, on n'a pas besoin de poids si considérables dans la pratique.

Monnaies.

La livre numéraire, qui tantôt avait le nom de *livre*, tantôt celui de *franc*, s'appellera toujours *franc*.

Nom ancien.	*Nom nouveau.*
Livre.....	Franc.

Le franc continue d'être divisé en dix *décimes*, et le décime en dix *centimes;* ainsi les mots *décime* et *centime*, ont la même acception que dans la première nomenclature.

Il faut seulement faire une observation par rapport à la pièce d'argent nommée *franc*. Cette pièce devait être du poids de dix grammes, par la loi du 16 vendémiaire de l'an 2, et alors elle aurait valu environ 2 livres tournois; elle est réduite, par la loi du 28 thermidor an 3 (qui a révoqué la précédente), au poids de cinq grammes, et alors elle revient presque parfaitement à l'ancienne livre tournois. C'est pourquoi on ne fera plus aucune différence entre la livre ancienne et le nouveau franc; seulement la division en sous et deniers sera remplacée par la division décimale, infiniment plus commode.

On est à portée de voir maintenant, par la comparaison des deux nomenclatures, que le système est absolument le même, et que le changement ne porte que sur quelques noms. Ainsi les instructions faites pour exposer la théorie du système et la manière d'y appliquer le calcul décimal, conservent leurs avantages. On observera seulement que ce qui est dit dans ces instructions sur la division décimale du cercle, et sur celle du jour, intéresse

plus particulièrement les travaux des savans que les besoins de la société : aussi la loi du 18 germinal a-t-elle suspendu indéfiniment l'usage obligatoire de cette division du jour.

Quant à la fabrication des instrumens de mesure, il est bon de connaître une restriction apportée par la même loi, avec laquelle les instructions antérieures pourraient ne pas s'accorder entièrement: c'est que, outre les mesures qui sont dans la progression décimale 1, 10, 100, etc. ascendante ou descendante, il n'est permis de fabriquer que les doubles et les moitiés de ces unités décimales, mais non pas aucun autre multiple ou sous-multiple. Ainsi, entre le litre et le décalitre, on pourra fabriquer le double litre et le demi-décalitre, sans aucun autre intermédiaire. Par cette disposition de la loi du 18 germinal de l'an 3, il ne peut plus être reçu à la vérification, des mesures égales à un quart de mètre ou à quatre décalitres; ces mesures seront remplacées par le double décimètre et par le demi-hectolitre.

À PARIS, DE L'IMPRIMERIE DE LA RÉPUBLIQUE.
Frimaire, an IV.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

NOUS ſommes arrivés au terme où l'uniformité des poids & meſures n'attend plus, pour s'établir & ſe propager dans toute l'étendue de la République, que l'entière exécution des moyens cherchés & préparés par trois années de calculs & d'expériences. Il étoit réſervé à la Convention nationale d'ouvrir cette nouvelle ſource de la proſpérité des Français, & de lui donner ce cours rapide, de lui imprimer ce mouvement révolutionnaire qui double le biénfait en hâtant le moment de la jouiſſance. Tandis que d'une part elle donnoit le ſignal aux défenſeurs de la patrie pour terraſſer les ennemis de la liberté, de l'autre elle appeloit les arts auprès d'elle; elle leur ordonnoit d'accélérer la conſtruction de ces inſtrumens deſtinés à briſer les entraves qui juſqu'alors

avoient captivé le commerce dans ſa marche, à faire diſparoître cette diverſité qui étoit un piége continuel tendu à la bonne foi & à la droiture, & à offrir un ſymbole & à la fois un nouveau gage de la précieuſe égalité.

L'établiſſement d'un poids & d'une meſure uniformes, quand même il ne ſeroit fondé que ſur le choix de certaines eſpèces de meſure & de poids, parmi celles qui étoient juſqu'alors en uſage, avec les précautions néceſſaires pour les garantir à l'avenir de toute variation, aſſureroit déjà une reconnoiſſance immortelle aux légiſlateurs de la patrie; mais les moyens dont ils ont voulu qu'on fît dépendre cet établiſſement, en même temps qu'ils en multiplient les avantages, lui impriment ce caractère de grandeur & de dignité, ſi conforme à la ſituation d'un peuple auquel chaque jour prépare une nouvelle gloire & de nouveaux triomphes. A leur voix puiſſante, la phyſique & la géométrie

meſurent la diſtance de l'équateur au pôle, & de cette grande unité ſortent comme d'une ſource commune, toutes les unités uſuelles de meſure & de poids. La France, par ſa poſition, ſe trouve être le ſeul pays du monde connu, qui réuniſſe les conditions néceſſaires pour obtenir la plus grande préciſion poſſible dans la meſure immédiate de l'arc, d'où l'on déduit enſuite par le calcul, la longueur du quart du méridien; comme ſi la nature, en offrant de tous les temps aux différens peuples le préſent d'une unité de meſure invariable comme elle, eût réſervé aux Français la gloire d'être les premiers à le recevoir de ſa main. L'unité de poids eſt pareillement fondée ſur une baſe naturelle & invariable; elle dépend de la peſanteur du plus commun de tous les fluides, de celui qui baigne notre globe, ſous une capacité dont l'élément eſt fourni par l'unité de meſure linéaire. Tout eſt lié dans ce ſyſtème; toutes les parties qui le compoſent,

ſe tiennent par des rapports intimes ; chaque réſultat découle néceſſairement de celui qui précède, & amène celui qui doit ſuivre, en ſorte que le principe une fois établi que l'unité de meſure & de poids devoit être priſe dans la nature, le plan du ſyſtème ſe trouvoit comme tracé d'avance, d'après l'ordre preſcrit par la filiation des idées. C'eſt une chaîne dont il ſuffit de ſaiſir le premier anneau pour l'enlever tout entière.

Les arts ſe ſont empreſſés de ſeconder ce grand travail par des machines ingénieuſes, exécutées avec un ſoin & une perfection qui ont porté les réſultats de l'expérience à un degré de préciſion juſqu'alors inconnu. On eſt parvenu à ſaiſir des quantités dont la petiteſſe étonne l'imagination, & ne laiſſe aux erreurs dues à l'obſervation, que ces nuances inacceſſibles à la délicateſſe de nos organes, & qui n'exiſtent plus pour nous.

Et ce qui ſurprendroit encore davan-

tage chez toute autre nation, c'eſt de voir les citoyens chargés de cette opération importante, qui ſembleroit exiger tout le calme des temps pacifiques, la conduire avec ſuccès vers ſon terme, au milieu du bruit des combats & des agitations de la liberté naiſſante. Occupés tranquillement alors à interroger la nature, ils ont prouvé que quand il s'agit des intérêts & de la gloire de la patrie, il y a, pour le génie comme pour le courage, un ſang froid qui rend l'un ſupérieur à toutes les diſtractions, comme l'autre à la crainte; ou ſi quelque choſe a été capable de les diſtraire, ce ne pouvoient être que les cris de la victoire, plus favorables encore aux recherches heureuſes, que le ſilence du cabinet.

Après avoir organiſé le ſyſtème dont l'établiſſement leur avoit été confié, ils s'empreſſent aujourd'hui de remplir l'obligation que leur impoſent les décrets de la Convention nationale, « de compoſer à » l'uſage de tous les citoyens, un livre

» contenant des inſtructions ſimples ſur la
» manière de ſe ſervir des nouveaux poids
» & meſures, & ſur la pratique des opéra-
» tions relatives à leur diviſion décimale. »

Le décret que nous venons de citer indiquoit à-la-fois & l'objet & le plan de cet ouvrage, qui ſera diviſé en deux parties. La première traitera de toutes les connoiſſances relatives aux meſures républicaines ; & nous avons même eſſayé d'y donner une idée des méthodes qui ont été ſuivies dans la détermination de ces meſures, en ſuppléant, autant qu'il a été poſſible, aux réſultats du calcul & au véritable langage de la ſcience, par des comparaiſons tirées d'objets ſenſibles, ou en profitant des premières notions de géométrie communes à tous les hommes, pour ébaucher en quelque ſorte le tableau des méthodes dont il s'agit (*a*). Mais ce que

(*a*) Nous avons ajouté au texte des notes explicatives, où les géomètres & les phyſiciens pourront prendre une connoiſſance plus approfondie des réſultats.

nous nous ſommes ſur-tout attachés à expoſer avec clarté, c'eſt la manière dont les meſures républicaines ont été diviſées & ſous-diviſées, les différentes eſpèces qui réſultent de ces diviſions relativement à chaque unité, les uſages des mêmes meſures & leurs rapports, ſoit entr'elles, ſoit avec les anciennes meſures, qui devoient ſervir encore une fois à cette comparaiſon néceſſaire pour le maintien du commerce, avant de diſparoître ſans retour.

Nous obſerverons ici que la meſure de l'arc terreſtre, d'où l'on doit conclure la longueur exacte du quart du méridien, qui eſt la baſe de tout le nouveau ſyſtème, n'eſt point encore terminée; mais la Commiſſion des poids & meſures a penſé que l'on pouvoit établir, d'après les opérations déjà faites en France vers le milieu de ce ſiècle par d'habiles aſtronomes, un réſultat ſuffiſamment approché pour l'uſage du commerce. Le ſurcroît de préciſion que la meſure définitive pourra y ajouter, ren-

dra ſans doute cette opération plus digne de la nation puiſſante & éclairée qui l'a entrepriſe, mais ne peut être aſſez ſenſible pour retarder le moment de la jouiſſance.

Dans l'expoſition des moyens employés pour déterminer l'unité de meſure, nous n'avons pas cru devoir diſtinguer les deux époques relatives, l'une au réſultat proviſoire, l'autre au réſultat définitif, & nous avons raiſonné dans la ſuppoſition d'une opération unique, exécutée en entier comme d'un ſeul jet, pour éviter de compliquer les explications, & de jeter de la confuſion dans les idées du lecteur.

La ſeconde partie eſt deſtinée à expoſer la méthode de calcul qui ſe rapporte à la diviſion décimale des meſures républicaines, & l'on y verra combien les avantages du nouveau ſyſtème, qui ſont déjà ſi précieux par le choix des baſes ſur leſquelles il eſt établi, vont le devenir encore par la ſimplicité & la facilité qu'il répandra dans les calculs. Tous les embarras qui réſultoient

des

des ſousdiviſions diſparates & incohérentes des anciennes meſures, vont s'évanouir. Les plus petites parties de l'unité ſe calculeront comme les unités ſimples. La marche familière à preſque tous les hommes de l'arithmétique élémentaire, ſera ſubſtituée à toute cette complication de nombres fractionnaires, où tous les inconvéniens nés du caprice & de l'arbitraire qui avoient préſidé à l'organiſation de l'ancien ſyſtème, ſe cachoient ſous un faux air de ſcience, ſous un vain appareil de chiffres, au milieu deſquels le calculateur ſe traînoit avec effort & ſouvent avec ennui vers le réſultat de ſon opération. Ceux qui ſavoient peu, ſauront tout; les autres s'empreſſeront d'oublier ce qu'ils ſavoient de trop; tous recevront comme un véritable bienfait, une méthode de calcul qui aura le mérite de leur épargner à la fois du temps, de l'étude & des occaſions de mépriſe.

Nous avons ſuppoſé le lecteur inſtruit des quatre premières opérations de l'arithmé-

tique, même de celles où l'on employoit les nombres que l'on appelle complexes, comme ceux qui exprimoient des ſous & des deniers dans les comptes, des pouces & des lignes dans le toiſé, &c., en ſorte que le but de l'ouvrage eſt moins d'offrir un traité d'arithmétique, qu'une eſpèce de traduction du langage compliqué & prolixe que cette ſcience avoit parlé juſqu'alors, dans un autre langage beaucoup plus ſimple & plus concis. En conſéquence, nous avons cité d'abord des exemples pris dans l'ancienne méthode, relativement à chaque unité de meſure, avant de paſſer aux exemples analogues, tirés des meſures républicaines, perſuadés d'ailleurs que le contraſte des deux tableaux placés l'un vis-à-vis de l'autre, feroit mieux reſſortir les avantages du nouveau ſyſtème, & qu'après avoir jeté un dernier regard ſur ce qu'on avoit fait juſqu'ici avec peine & lenteur, on en jugeroit mieux combien ſeroit court & facile ce qu'on auroit à faire à l'avenir.

Cet ouvrage eſt terminé par douze tables de réduction, qui mettront tous ceux qui calculoient des réſultats relatifs aux anciennes meſures, à portée de ramener ces mêmes réſultats à ceux qui leur correſpondent dans le nouveau ſyſtème.

Quelques perſonnes auroient déſiré que l'on profitât de la réforme générale qui va s'opérer dans le ſyſtème des poids & meſures, pour changer auſſi notre arithmétique, & lui ſubſtituer l'arithmétique duodécimale, c'eſt-à-dire, celle où les unités des différens chiffres ſont toujours douze fois plus grandes en allant de droite à gauche, ce qui auroit exigé deux caractères de plus, pour repréſenter les nombres dix & onze. Les diviſions & ſousdiviſions des meſures & des poids auroient ſuivi cette même progreſſion, qui ſe trouve déjà établie par rapport au pied ou à l'unité uſuelle des anciennes meſures linéaires.

Avant d'examiner ſi les avantages du

rapport duodécimal ſont réellement auſſi grands qu'ils ſemblent l'être au premier aperçu, & ſi le changement qui feroit paſſer ces avantages dans notre arithmétique n'entraîneroit pas d'une autre part des inconvéniens au moins capables de les balancer, nous obſerverons en général que l'arithmétique décimale a été celle de toutes les nations dont l'hiſtoire ait conſervé le ſouvenir. Il eſt probable que la conformation de la main aura déterminé une ſorte de prédilection en faveur du nombre dix que chacun avoit dans ſes doigts, & qui ſe trouvoit continuellement ſous ſes yeux, & qu'ainſi ce nombre ſera devenu naturellement la baſe de l'échelle arithmétique adoptée dans tous les pays. Or, quoique cette préférence donnée au nombre dix paroiſſe avoir été l'effet de l'inſtinct plutôt que de la réflexion, il n'en eſt pas moins vrai qu'elle eſt puiſée en quelque ſorte dans la nature de l'homme, & que ce concert unanime qui en eſt

réſulté entre toutes les nations, mérite d'être reſpecté, & ne doit pas être contrarié ſans des raiſons de la plus grande force; ſur-tout ſi l'on conſidère qu'il a un objet extrêmement familier, qui eſt de tous les âges & de tous les momens de la vie, qui eſt lié à tous nos beſoins & à tout ce qui nous environne.

Mais allons au fond de la queſtion, & comparons les deux échelles ſous les différens points de vue dont elles ſont ſuſceptibles. L'avantage le plus marqué que paroiſſe offrir l'échelle duodécimale, eſt qu'elle permet d'exprimer en nombres ronds la moitié, le tiers & le quart d'une unité quelconque, en unités de l'ordre immédiatement inférieur. Par exemple, l'unité qui remplaceroit la dixaine, étant égale à douze, on exprimeroit facilement la moitié, le tiers & le quart de cette unité, au moyen des nombres 6, 4 & 3. Au contraire, dans l'arithmétique décimale, on peut bien, à la vérité, exprimer

la moitié d'une unité quelconque, par exemple, celle d'une centaine, à l'aide d'un nombre rond compoſé d'unités de l'ordre immédiatement inférieur, lequel nombre eſt 5 dixaines dans le cas préſent; mais pour exprimer le quart de la même unité, il faut paſſer à l'ordre inférieur de deux degrés, par rapport aux centaines; & quant à l'expreſſion du tiers en nombres ronds, elle eſt impoſſible dans tous les ordres d'unités.

Ajoutons en faveur de l'arithmétique duodécimale, que non-ſeulement elle offriroit les diviſions de l'unité relatives aux fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, mais qu'elle rendroit ces fractions comparables entr'elles, même à l'égard du commun des hommes. Car tant qu'on les laiſſe ſous la forme qu'elles préſentent, à l'état de fractions ordinaires, il faut convenir que leur ſimplicité eſt plutôt une occaſion de mépriſe, qu'un avantage réel pour ceux qui ne ſont pas verſés dans la ſcience du calcul. On eſt

tenté de s'imaginer que leurs différences ſont proportionnelles à celles de leurs dénominateurs ; & ainſi celui qui ayant demandé d'abord un quart de telle unité de meſure ou de poids, & trouvant que c'eſt trop peu, préfère de prendre un tiers ou une moitié, ne ſait pas réellement ce qu'il demande de plus, & ſe détermine d'après un choix haſardé & purement arbitraire. Mais en ſousdiviſant l'unité par douzièmes, on auroit un moyen de comparer les fractions dont il s'agit, parce qu'alors elles ſeroient exprimées par les quantités $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$ & $\frac{6}{12}$, dont les différences indiquées par celles de leurs numérateurs, deviennent faciles à ſaiſir.

Dans l'arithmétique décimale, la fraction $\frac{1}{2}$ eſt exprimée par $\frac{5}{10}$, dont les deux termes ſont même plus ſimples que ceux de la fraction $\frac{6}{12}$. La fraction $\frac{1}{4}$ ne peut être exprimée que par $\frac{25}{100}$, dont chaque terme renferme un chiffre de plus que le terme correſpondant de la fraction $\frac{3}{12}$;

mais après tout on ne laiſſe pas de parvenir avec ces expreſſions plus compoſées, à des évaluations dont la préciſion eſt la même, en ſorte qu'à tout prendre, l'échelle décimale ne le cède réellement à l'échelle duodécimale, qu'en ce qu'elle ne préſente la fraction $\frac{1}{3}$ & ſes ſousmultiples, qu'à l'aide d'approximations que l'on peut pouſſer, à la vérité, auſſi loin que l'on veut, & cela d'autant plus facilement, qu'après avoir placé d'abord à l'ordinaire, en tête de l'expreſſion, zéro ſuivi d'une virgule, il ne s'agit que de faire ſuivre ce zéro du nombre 3 écrit à côté de lui-même autant de fois qu'il ſera néceſſaire, pour obtenir une préciſion ſuffiſante relativement au but qu'on ſe propoſe.

Un nouvel avantage qu'auroit l'arithmétique duodécimale ſur celle qui eſt uſitée, eſt que l'expreſſion des grands nombres y ſeroit plus ſimple, en ce qu'elle renfermeroit moins de chiffres, ce que l'on concevra aiſément en faiſant attention

que les nombres dix & onze n'étant repréſentés que par un ſeul chiffre, au lieu de deux qu'exige l'arithmétique décimale, cette ſimplicité ſe communique néceſſairement aux réſultats des combinaiſons que ſubiſſent ces nombres dans les diverſes opérations de l'arithmétique. En général, l'expreſſion des grands nombres ſe ſimplifie à meſure que l'on emploie plus de caractères à la formation de l'échelle arithmétique; en ſorte, par exemple, qu'une échelle qui s'étendroit juſqu'à vingt caractères abrégeroit beaucoup plus encore l'expreſſion dont il s'agit. Mais cet avantage qui a quelque choſe de ſéduiſant au premier abord, ne peut exiſter qu'aux dépens d'un autre avantage que l'on doit regretter de lui ſacrifier. Prenons pour exemple la multiplication ordinaire. On ſait que dans cette opération, l'on ne parvient au produit, qu'en commençant par multiplier ſucceſſivement l'un par l'autre tous les chiffres particuliers qui compoſent

les deux facteurs. Or l'arithmétique ne fournit par elle-même aucun ſecours pour faciliter ces premières multiplications. C'eſt une affaire de pure habitude, & il faut avoir ſans ceſſe préſens à la mémoire tous les produits partiels qui ſont comme les élémens du réſultat final. On voit par-là que plus l'échelle arithmétique eſt étendue, plus auſſi il devient difficile d'acquérir & de conſerver l'habitude de trouver à l'inſtant chacun de ces produits élémentaires, & parce qu'ils ſont plus nombreux, & plus encore parce qu'ils s'élèvent à un degré de compoſition auquel il eſt moins facile d'atteindre, à l'aide de la ſeule mémoire. Or ici l'arithmétique décimale gagne d'autant plus à la comparaiſon, que non-ſeulement l'expreſſion de ces premiers produits s'y trouve circonſcrite entre des bornes qui n'excèdent pas la portée des eſprits ordinaires, mais que l'on a même, pour parvenir à cette expreſſion, un moyen de facilité qui dépend de certaines

inflexions des doigts, connues de preſque tous ceux qui calculent, & qui change l'opération purement mécanique de la mémoire, en une combinaiſon raiſonnée & liée à l'intelligence; & il faut avouer que ces ſortes de moyens ne doivent pas paroître indifférens, ſur-tout à l'égard des commençans auxquels ils épargnent du temps & des efforts, en leur offrant un guide qu'ils peuvent toujours conſulter. Mais ſans trop inſiſter ſur cet avantage que chacun n'appréciera qu'autant qu'il jugera à propos, nous pouvons dire au moins qu'il y a dans la formation d'une échelle arithmétique, une certaine limite qui établit une juſte compenſation entre la difficulté de ſe familiariſer avec les réſultats que la mémoire ſeule peut fournir, & l'inconvénient d'avoir plus de chiffres dans l'expreſſion des grands nombres; & peut-être cette limite eſt-elle tracée par l'arithmétique décimale.

Au reſte, nous ne prétendons pas

décider de la préférence entre les deux arithmétiques. Nous ſuppoſerons même, ſi l'on veut, que tout compenſé, l'arithmétique duodécimale conſidérée en elle-même offre plus d'avantages que celle qui étoit en uſage juſqu'ici. Nous ne croyons pas du moins que ces avantages aient une aſſez grande prépondérance ſur les inconvéniens qu'entraîneroit le paſſage d'une arithmétique à l'autre. Il faudroit ajouter deux nouveaux chiffres à ceux que nous employons : il faudroit changer l'arithmétique parlée, & ſubſtituer une nouvelle langue à celle que le beſoin continuel d'énoncer des nombres a rendu ſi familière au commun des hommes; & au lieu que pour faire ſuccéder les nouvelles meſures aux anciennes, dans l'état préſent des choſes, on a une baſe commune qui eſt l'arithmétique décimale, & ſur laquelle l'édifice du nouveau ſyſtème vient ſe placer d'autant plus facilement, que ce ſyſtème étant pris dans la nature, la baſe elle-même

qui ſe rapproche auſſi de la nature, ainſi que nous l'avons vu, ſe trouve avoir un certain rapport de convenance avec lui, il faudroit changer cette baſe à ſon tour, & arriver ainſi ſubitement, par un renverſement total, à un nouvel ordre de choſes où les perſonnes même habituées à réfléchir, auroient peine à ſe reconnoître, & où les autres ſeroient arrêtées par des obſtacles preſqu'inſurmontables.

Mais ſuppoſons que ces obſtacles ſoient levés pour la France. Suppoſons qu'à la faveur du mouvement révolutionnaire, l'autorité des légiſlateurs eût entraîné, ſur l'objet dont il s'agit, le conſentement unanime d'un peuple capable de tout apprendre comme de tout oſer, quand il ſe ſent ſollicité par un motif de bien public; il ne faudroit pas du moins ſe flatter que notre exemple fût imité par les nations étrangères, & le refus d'adopter notre nouvelle arithmétique empêcheroit, par une ſuite naturelle, qu'elles n'adoptaſſent

auſſi les meſures déduites de la grandeur de la terre; & tandis que l'arithmétique décimale, dont l'échelle s'accorde avec le mode de diviſion de ces meſures, eſt un des moyens les plus capables de leur ouvrir un accès facile dans tous les autres pays, il arriveroit au contraire qu'une arithmétique inconnue & deſtructive de tout ce qui a été fait juſqu'ici dans ce genre, en s'aſſociant à ces mêmes meſures, les feroit repouſſer comme une innovation offerte à des conditions trop onéreuſes.

La Commiſſion des poids & meſures républicaines devoit donc être bien éloignée de propoſer cette innovation, contraire à la propagation facile & rapide des nouvelles meſures, qui eſt l'objet dont elle s'occupe ſans relâche, le but vers lequel elle ſe porte avec tout le zèle qu'on a droit d'attendre d'elle.

Artiſtes qu'elle a invités à marcher avec elle d'un pas rapide vers ce but ſi déſiré, vous vous empreſſerez de fabriquer &

de répandre avec profuſion ces meſures républicaines, deſtinées à ſerrer encore plus étroitement le lien de la fraternité qui unit les citoyens répandus dans toutes les parties de la France. Tandis que les bras de vos frères, armés pour la défenſe de la liberté, garantiront nos frontières, les vôtres prépareront à l'intérieur les gages de l'ordre ſocial, de la bonne foi dans les échanges, & de cette heureuſe ſécurité qui naîtra de l'uniformité des meſures. Tandis que leur courage fera retentir le fer & l'airain dans le champ de la victoire, les métaux & le bois, dociles dans vos ateliers aux efforts de votre induſtrie, apprendront de vous à contribuer d'une autre manière à la ſplendeur du nom Français. Pour nous, toujours prêts à vous ſeconder, à vous offrir nos ſoins & nos momens, à faire fraterniſer la géométrie & les arts, nous continuerons d'éprouver combien il eſt flatteur pour ceux qui cultivent les connoiſſances

humaines, de pouvoir confondre dans une même recherche les réſultats de la ſcience avec les tributs du civiſme, & graver le nom ſacré de la patrie à côté des vérités conſignées dans leurs écrits, moins ſenſibles à la gloire de les avoir dévoilées, qu'au bonheur de les rendre utiles.

Indépendamment du préſent ouvrage, la Commiſſion en publie dans ce moment un ſecond, où le même ſujet eſt traité différemment, d'une manière plus courte & plus élémentaire, ainſi que l'indique le titre que porte cet ouvrage, d'*Inſtruction abrégée ſur les meſures déduites de la grandeur de la Terre.* Ces deux Inſtructions ſeront ſuivies inceſſamment d'une troiſième, qui n'offrira qu'un précis du ſyſtème, & qu'on imprimera partie en format in-8.°, pour être diſtribuée, & partie en forme d'affiche, pour reſter expoſée à la vue de tous les citoyens, dans les lieux publics.

INSTRUCTION

INSTRUCTION

SUR

LES MESURES DÉDUITES

DE LA GRANDEUR DE LA TERRE.

PREMIÈRE PARTIE.

Système des Mesures déduites de la grandeur de la Terre.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES MESURES.

1. L'USAGE de ce qu'on appelle *mesure*, s'étend à une multitude d'opérations différentes, parmi lesquelles nous choisirons une des plus simples, pour en déduire l'idée que l'on doit attacher à ce mot. Un ouvrier veut connoître la hauteur d'un mur, & pour y parvenir, il prend un pied, & l'applique à diverses reprises sur le mur, en suivant une même ligne de bas

en haut, & en recommençant chaque fois à l'endroit où il vient de finir. Il trouve qu'à la douzième application, l'extrémité du pied tombe juſte ſur celle du mur, & il en conclud que le mur a douze pieds de hauteur. Dans cette opération, la longueur du pied eſt la *meſure* qui a ſervi à trouver la hauteur du mur; & ainſi *meſurer* cette hauteur dans le cas préſent, c'eſt lui comparer une certaine quantité connue, qui eſt la longueur du pied, pour trouver combien de fois l'une eſt contenue dans l'autre.

L'eſpèce d'étendue qui fait l'objet de l'exemple précédent, eſt une ſimple ligne qui ne peut être conſidérée que dans un ſeul ſens, relativement à ſa longueur. Nous appellerons *meſures linéaires*, toutes celles qui ſerviront ainſi à meſurer une étendue en longueur.

2. Mais ſouvent on conſidère en même temps l'étendue à meſurer dans deux ſens différens, comme en longueur & largeur, en largeur & hauteur; & alors la meſure eſt auſſi une certaine étendue de la même eſpèce, c'eſt-à-dire, une ſurface à laquelle on ſuppoſe

une figure très-ſimple qui eſt celle du carré ; & que l'on compare avec la première pour ſavoir combien de fois elle y eſt contenue. Les meſures employées à cet uſage ont été appelées en général, *meſures de ſuperficie*, & le carré qui les repréſentoit avoit pour côté l'une des meſures linéaires les plus uſuelles, comme le pied ou la toiſe. Ainſi on évaluoit la ſurface d'un mur, d'une terraſſe, en cherchant combien elle renfermoit de toiſes carrées ou de pieds carrés. Mais les beſoins de l'agriculture avoient fait adopter d'autres meſures de ſuperficie, d'une étendue beaucoup plus conſidérable, quoique toujours en rapport avec les premières qui entroient comme élémens dans leur compoſition. C'eſt ainſi qu'un certain nombre de perches carrées formoit l'*arpent*, qui étoit la meſure uſuelle dont on ſe ſervoit le plus ordinairement pour déterminer l'étendue d'un champ, en cherchant combien de fois elle y étoit contenue. Ces meſures particulières à l'agriculture ont été nommées *meſures agraires*.

3. Dans certains cas, on conſidère l'étendue

à meſurer ſuivant trois dimenſions différentes, comme en longueur, largeur & profondeur, & l'on emploie à cet effet des meſures qui ont elles-mêmes ces trois dimenſions, & que l'on ſuppoſe auſſi d'une forme très-ſimple, qui eſt celle d'un cube. Le côté de ce cube étoit pareillement une meſure linéaire, d'un uſage familier, comme la toiſe ou le pied; & ces ſortes de meſures qui portoient le nom de *meſures de ſolidité*, ſervoient à meſurer les volumes des corps, lorſqu'on avoit intérêt de connoître la quantité de matière ſolide dont ils étoient formés; par exemple, la quantité de pierres qui entroient dans la conſtruction d'un mur, celle de ſolives que l'on pouvoit retirer d'une poutre. Mais il y avoit d'autres meſures particulières, appelées *meſures de capacité*, qui dépendoient de même des premières, avec leſquelles elles avoient un certain rapport, & que l'on employoit pour meſurer la quantité de liquide ou de grains que contenoit un vaſe. Alors la meſure étoit elle-même un autre vaſe plus petit, tel que la pinte, le boiſſeau, &c. dont on ſe ſervoit à pluſieurs repriſes pour remplir le premier, & trouver

ainſi le rapport de contenance ou de capacité entre l'un & l'autre.

4. Les corps qu'on appelle *poids*, peuvent de même être regardés comme des meſures. Ainſi, lorſqu'ayant mis un corps, tel qu'une caiſſe de marchandiſes, dans un des baſſins d'une balance, on trouve qu'il faut mettre cent cinquante livres dans l'autre baſſin, pour que la balance ne penche ni d'un côté ni de l'autre, c'eſt une manière de meſurer le poids de la caiſſe, en cherchant combien de fois il équivaut à un certain poids qu'on appelle *livre*.

5. Les monnoies, dont nous nous propoſons auſſi de parler à la ſuite des meſures précédentes, ne ſont proprement que des eſpèces de ſignes faits pour repréſenter les valeurs des marchandiſes. Mais lorſque nous voulons connoître le prix total d'une quantité déterminée de marchandiſes, dont nous ſavons qu'une certaine partie coûte, par exemple, une livre tournois, nous ne parvenons à cette connoiſſance qu'en cherchant combien la livre tournois eſt contenue de fois

dans le prix propoſé, & en ce ſens les monnoies ſont auſſi des meſures.

6. Dans toutes les manières de meſurer que nous venons d'expoſer, on voit qu'il y a toujours une certaine meſure que l'on choiſit parmi toutes celles de la même eſpèce, pour la comparer avec ce que l'on veut meſurer, & trouver le rapport entre l'un & l'autre. Cette meſure ſe nomme plus particulièrement *unité de meſure :* ainſi lorſqu'on dit d'une pièce d'étoffe, qu'elle a ſix aunes & un quart de longueur, l'aune eſt l'unité de meſure dont on cherche le rapport avec la longueur de l'étoffe.

7. D'après ce qui vient d'être dit, nous diſtinguerons cinq eſpèces de meſures; ſavoir, 1.° les *meſures linéaires*, ou qui ſervent à meſurer une étendue en ligne droite; 2.° les *meſures de ſuperficie* deſtinées à meſurer une ſurface ou une étendue en longueur & largeur; & parmi ces meſures, nous conſidérerons particulièrement les *meſures agraires*, qui ont un rapport plus immédiat avec le nouveau

ſyſtème ; 3.° les *meſures de ſolidité*, à l'aide deſquelles on meſure une étendue en longueur, largeur & profondeur; & comme celles de ces meſures qui entrent plus directement dans l'ordre du nouveau ſyſtème, ſont les *meſures de capacité*, nous nous occuperons ſur-tout de ces dernières; 4.° les meſures qui ſervent à peſer un corps, & qui ſont connues ſous le nom de *poids :* 5.° enfin, celles dont l'uſage eſt relatif au prix des marchandiſes, & qu'on appelle *monnoies.*

I. DES MESURES LINÉAIRES.

8. LA plus commune des meſures linéaires employées juſqu'ici, ou celle que l'on prenoit le plus ordinairement pour unité de meſure, eſt le pied. Comme il arrive ſouvent qu'après avoir appliqué le pied un certain nombre de fois ſur une longueur, on a un reſte plus petit que le pied; pour évaluer ce reſte, on avoit diviſé le pied en douze pouces, & chaque pouce en douze lignes. On employoit auſſi des meſures plus longues que le pied, telles que la toiſe qui étoit de ſix pieds, la

perche qui varioit ſuivant les pays, &c. Pour meſurer les étoffes, on ſe ſervoit de l'aune, qui eſt à Paris de trois pieds ſept pouces dix lignes cinq ſixièmes, ſuivant l'évaluation faite en 1746, par Hellot & Camus, & que l'on diviſoit en demies, en tiers, en quarts, &c.

9. On ſait que d'autres eſpèces de meſures, telles que les poids, les monnoies, &c. avoient leurs ſousdiviſions graduées d'une manière différente ; & ce défaut d'accord entre les diviſions des diverſes meſures, & même entre celles qui formoient l'échelle de chaque meſure, rendoit ces eſpèces d'inſtrumens très-incommodes dans la pratique, & compliquoit les calculs que l'on étoit obligé de faire pour comparer enſemble & réunir dans un réſultat unique toutes ces quantités fractionnaires, dont les rapports avec l'unité principale n'étoient ſoumis à aucune loi.

10. D'ailleurs, les anciennes meſures ne partoient d'aucun point fixe. La longueur du pied, qui étoit l'unité de meſure linéaire la

plus ordinaire, avoit été prise à volonté & comme au hasard; & ce défaut de principe & de méthode dans la détermination des mesures primitives, avoit beaucoup contribué à la grande diversité qui s'étoit introduite entre les mesures des différens pays. Elles avoient varié avec le temps, par l'effet du même arbitraire qui avoit présidé au premier choix. Mais en supposant que l'on se fixât à l'une des mesures usuelles, pour y ramener toutes les autres, & que l'on prît les précautions pour en conserver fidèlement l'étalon, les avantages de l'uniformité se trouvoient bornés au terrain particulier de la France. La mesure préférée n'avoit aucune prépondérance sur les mesures en usage chez les autres peuples, aucun titre pour devenir dans la suite, par leur adoption, une mesure universelle, si propre à faciliter le commerce, à en simplifier les opérations, & à serrer plus étroitement le lien qu'il forme entre toutes les sociétés civilisées.

11. Les nouvelles mesures au contraire, réunissent tous les caractères d'une unité invariable

& faite pour être généralement adoptée, parce qu'elles ſont priſes dans les dimenſions mêmes du globe que nous habitons ; qu'elles ne tiennent à aucun climat, ni à aucune nation particulière. Nous verrons de plus que la manière dont elles ſont diviſées & ſubordonnées les unes aux autres, ramène les calculs qu'elles exigeront, à une marche très-ſimple & très-commode. Nous n'entrerons point ici dans le détail des opérations qui ont ſervi à les déterminer. Nous nous bornerons à ce qui eſt néceſſaire pour en ſentir les avantages, & bien concevoir la manière de les employer.

Détermination de l'unité des Meſures linéaires.

12. Tout le monde ſait aujourd'hui que la terre eſt un corps rond, ayant à peu-près la figure d'une boule, & en conſéquence, ce qu'on appelle *le tour de la terre*, eſt une ligne courbe qui revient ſur elle-même, & que nous comparerons, pour plus de ſimplicité, à la circonférence de cercle que l'on trace par le moyen du compas, quoiqu'elle en diffère

à quelques égards. On a imaginé une verge ou un axe qui traverſe la terre de part en part, en paſſant par ſon centre, & en ſe dirigeant vers un certain point du ciel, & les deux extrémités de cet axe ont été nommées, l'une *pôle nord*, & l'autre *pôle ſud*.

13. Maintenant ſi l'on ſuppoſe un fil qui faſſe le tour de la terre, en allant d'un pôle à l'autre, ce fil, d'après ce qui a été dit, ſera une circonférence de cercle. On appelle ce cercle *méridien ;* mais pour abreger, nous donnerons le nom de *méridien* à la circonférence elle-même. On peut concevoir un ſecond fil qui s'étende de même d'un pôle à l'autre, en paſſant à la droite ou à la gauche du premier, & en tournant autour de la terre, puis un troiſième, un quatrième, un cinquième fil, &c. qui tous ſe croiſeront aux pôles. Ces fils repréſenteront autant de méridiens, & l'on conçoit qu'il doit y avoir une infinité de méridiens, en ſorte que chaque lieu de la terre a le ſien. Lorſqu'on trace un cadran ſolaire, la ligne qu'on appelle *méridienne*, & ſur laquelle tombe l'ombre du

ſtyle au moment du midi, répond au méridien du lieu dans lequel eſt placé ce cadran, ou même elle eſt cenſée faire partie de ce méridien *(a)*.

14. Or, la phyſique & la géométrie fourniſſent des moyens pour meſurer le méridien, c'eſt-à-dire, pour trouver la longueur qu'auro t le fil dont nous avons parlé, s'il étoit tendu en ligne droite; & comme tous les méridiens ſont égaux, on peut choiſir par-tout où l'on voudra celui qu'on ſe propoſe

---

(a) La vraie figure du méridien, d'après les opérations qui ont été faites pour la déterminer, & les calculs auxquels ces opérations ont ſervi de données, eſt une courbe ovale, du genre de celles que l'on appelle *ellipſes*, ou du moins elle en approche de très-près. Dans une ellipſe, on conſidère deux axes qui ſe coupent à angle droit, & qui diffèrent plus ou moins entr'eux, ſuivant que l'ellipſe eſt plus ou moins alongée. Le petit axe de celle qui forme le méridien terreſtre, s'étend d'un pôle à l'autre, & le grand axe paſſe par les points où le méridien coupe l'équateur, d'où il ſuit que la terre eſt aplatie vers les pôles. La quantité de cet aplatiſſement eſt peu conſidérable. On peut voir tout ce qui a rapport à ſa détermination, dans les mémoires & les divers ouvrages des ſavans qui ſe ſon. occupés de cet objet.

de meſurer. C'eſt de cette meſure que l'on eſt parti pour déterminer les meſures linéaires; & au lieu de prendre pour unité la circonférence entière du méridien, comme cela paroît naturel au premier aperçu, on a pris ſimplement le quart de cette circonférence, depuis l'un des deux pôles où ſe coupent tous les méridiens, juſqu'à l'équateur qui eſt le cercle ſitué à la moitié de la diſtance entre l'un & l'autre pôle.

15. Cette préférence donnée au quart du méridien ſur le cercle entier ou ſur toute autre portion de ce cercle, pour en faire la baſe des nouvelles meſures, eſt fondée ſur des raiſons que nous allons eſſayer de faire entrevoir. Repréſentons-nous deux rayons tracés dans un cercle, & qui par des mouvemens ſemblables à ceux des deux aiguilles d'une montre, changent continuellement de poſition reſpective. Ces rayons en ſe rapprochant & en s'écartant l'un de l'autre, formeront différens angles, en même temps qu'ils intercepteront différens arcs de cercle plus ou moins grands, & ces arcs croîtront &

décroîtront proportionnellement aux angles; en ſorte que quand l'angle ſera devenu double ou triple de ce qu'il étoit dans une des poſitions précédentes, l'arc ſe trouvera pareillement doublé ou triplé; & ainſi les angles dont il s'agit pourront être meſurés par les arcs compris entre leurs côtés. Or, dans les diverſes poſitions qui donnent tous ces angles, les deux rayons s'inclinent plus ou moins l'un vers l'autre, excepté lorſque l'angle eſt droit, c'eſt-à-dire, lorſque les deux rayons ſont diſpoſés comme les deux branches d'une équerre. Cette poſition eſt unique, ainſi que l'angle droit qui en réſulte; elle n'eſt pas ſuſceptible de plus ou de moins, au lieu que l'inclinaiſon varie à l'infini, tantôt en deçà & tantôt au-delà de l'angle droit. Il s'enſuit que parmi tous les angles poſſibles, l'angle droit qui eſt un terme fixe & invariable, doit être regardé comme l'unité à laquelle on comparera les autres angles, pour eſtimer leur rapport avec cette unité. Or, l'angle droit eſt préciſément celui qui intercepte le quart de la circonférence, & par conſéquent, ſi l'on ſubſtitue aux angles les arcs qui les

repréſentent, pour avoir différentes longueurs parmi leſquelles on choiſiſſe une unité de meſure, cette unité ſera le quart de la circonférence, comme étant indiquée par l'angle droit avec lequel elle a une liaiſon intime & néceſſaire.

16. Ce ſont ces mêmes raiſons qui ont fait adopter aux aſtronomes le quart de cercle, comme l'unité à laquelle ils comparent les différens réſultats de leurs obſervations ſur les mouvemens céleſtes. Mais ce qui les y a ſur-tout déterminés, c'eſt que tous les calculs aſtronomiques & autres qui ont pour élémens des meſures d'angles, ſe rapportent à certaines lignes tracées dans le cercle, qu'on appelle *ſinus*, & dont la ſérie ſe termine au quart de la circonférence; en ſorte que dans une ſuite d'angles qui s'accroiſſent d'abord juſqu'à l'angle droit, & enſuite dépaſſent cette limite, les ſinus relatifs à ces derniers angles ne ſont que la répétition de ceux qui avoient lieu en de-çà de la limite, doù il réſulte que la circonférence entière n'eſt elle-même qu'une quadruple répétition du quart de cette

circonférence, ou d'une même unité qui ſe reproduit, à meſure que l'on paſſe d'un quart à l'autre, en faiſant le tour du cercle.

17. Ainſi la longueur du quart du méridien, priſe en coupant par moitié la diſtance d'un pôle à l'autre, eſt l'unité de meſure qui a ſervi de fondement pour trouver toutes les autres meſures, en la diviſant & en la ſous-diviſant en parties toujours plus petites.

18. On a choiſi parmi toutes les manières de diviſer, celle qui donne des parties ſucceſſivement dix fois plus petites les unes que les autres. Ainſi l'on a diviſé dabord le quart du méridien en dix parties égales, puis chaque partie en dix autres, & ainſi de ſuite; ou, ce qui revient au même, on a diviſé le quart du méridien ſucceſſivement en dix, en cent, en mille parties, &c. Les premières ſous-diviſions étant évidemment trop longues pour donner une meſure commode dans la pratique, ou que l'on pût regarder comme l'unité uſuelle de meſure, on a continué de diviſer toujours par dix, juſqu'au point où le

le quart du méridien s'eſt trouvé ſousdiviſé en dix millions de parties, & l'on a remarqué que chaque dix millionième partie, qui formoit une longueur d'environ trois pieds un pouce de l'ancienne meſure, rempliſſoit les conditions requiſes relativement à la facilité de l'uſage : c'eſt cette longueur que l'on a adoptée pour l'unité de meſure, ou la meſure principale à laquelle on rapporteroit toutes les autres, & on lui a donné le nom de *mètre*, qui ſignifie lui-même une meſure.

19. En continuant de ſousdiviſer le quart du méridien, toujours de la même manière, on a obtenu des parties au moyen deſquelles le *mètre* à ſon tour ſe trouvoit ſoudiviſé en dix, en cent & en mille. Par exemple, la cent millionième partie du quart du méridien donnoit le dixième du *mètre*. On a regardé ces nouvelles parties comme de petites meſures uſuelles, qui ſerviroient pour les opérations où l'on auroit à déterminer une certaine longueur en mètres & en parties du mètre, & l'on a donné à chaque dixième partie du mètre le nom de *décimètre*, à chaque centième partie le

nom de *centimètre*, & à chaque millième partie le nom de *millimètre*. Toutes ces diviſions ſont tracées ſur le mètre avec des chiffres qui ſervent à les diſtinguer, ainſi que nous l'expliquerons bientôt.

20. Dans les opérations où les petites erreurs peuvent tirer à conſéquence, on peut pouſſer encore plus loin la diviſion du quart du méridien, en ſous-diviſant chaque millimètre en dix parties égales, qui ſeront des dixmillièmes de mètre; chacune de celles-ci en dix autres qui ſeront des centmillièmes de mètre, &c., & obtenir ainſi la plus grande préciſion à laquelle les bornes de notre vue & celles de l'art permettent d'atteindre.

21. Parmi les diviſions du quart du méridien, par leſquelles il a fallu paſſer pour arriver au mètre, il s'en trouve deux auxquelles on a cru devoir donner des noms particuliers: la première, en remontant au-deſſus du mètre, eſt celle qui donne la dixmillième partie du quart du méridien, & qui eſt égale à mille mètres. On lui a donné le nom de *millaire*,

& on peut la regarder comme l'unité à laquelle ſe rapportent les meſures itinéraires qui ſervent aux voyageurs pour eſtimer la longueur de la route qu'ils ont à faire. Cette unité qui répond à peu-près à cinq cent treize toiſes de l'ancienne meſure, excède de treize toiſes le quart de la très-petite lieue, qui eſt de deux mille toiſes.

22. L'autre meſure eſt celle qui eſt égale à la centième partie du quart du méridien. Sa longueur eſt de cent mille mètres, & on l'a nommée *grade* ou *degré decimal du méridien (a)*. On pourra la conſidérer comme une grande meſure géographique, deſtinée à déterminer les diſtances entre des lieux très-éloignés les uns des autres.

23. Nous joignons ici le tableau des diviſions & ſousdiviſions du quart du méridien, & de leurs rapports, ſoit avec cette grande unité dont elles dérivent toutes, ſoit

---

(a) On verra dans un inſtant la raiſon de cette dénomination.

avec le mètre, qui eſt l'unité à laquelle on les compare dans l'uſage ordinaire.

NOMBRES des diviſions du quart du Méridien.	RAPPORTS avec le quart du Méridien.	RAPPORTS avec le Mètre.	NOMS des Meſures.
0	1	10000000.	QUART DU MÉRIDIEN, ou *unité priſe dans la nature.*
1	$\frac{1}{10}$	1000000.	
2	$\frac{1}{100}$	100000.	GRADE, ou DEGRÉ décimal du Méridien.
3	$\frac{1}{1000}$	10000.	
4	$\frac{1}{10000}$	1000.	MILLAIRE.
5	$\frac{1}{100000}$	100.	
6	$\frac{1}{1000000}$	10.	
7	$\frac{1}{10000000}$	1.	MÈTRE, ou *unité des Meſures uſuelles.*
8	$\frac{1}{100000000}$	$\frac{1}{10}$	DÉCIMÈTRE.
9	$\frac{1}{1000000000}$	$\frac{1}{100}$	CENTIMÈTRE.
10	$\frac{1}{10000000000}$	$\frac{1}{1000}$	MILLIMÈTRE.

Nouvelle diviſion de la circonférence du Cercle.

24. La ſeule conſidération des avantages marqués qui naiſſoient du rapport décimal

introduit dans les meſures uſuelles, relativement à la facilité des calculs, auroit été déjà une raiſon ſuffiſante de l'étendre à toutes les quantités ſuſceptibles de s'y prêter, & dès-lors il convenoit que la géométrie l'adoptât pour la diviſion de la circonférence du cercle.

Mais d'ailleurs cette adoption devenoit une ſuite néceſſaire de ce qui avoit déjà été fait. On vient de voir que les meſures uſuelles avoient amené la diviſion du quart du méridien en parties décimales. Or, dans les opérations géographiques & aſtronomiques, le quart de cercle devient réellement le quart du méridien; d'où il ſuit que cette dernière unité devoit à ſon tour tranſmettre la diviſion décimale au quart de cercle conſidéré en général & ſous le point de vue de la géométrie.

25. Suivant l'ancienne graduation, le quart de la circonférence étoit compoſé de 90 degrés, le degré de 60 minutes, la minute de 60 ſecondes, &c. D'après le nouveau ſyſtème, il ſe trouve diviſé en 100 degrés, le degré en 100 minutes, la minute en 100 ſecondes, &c.;

d'où l'on voit que l'on a pris de deux en deux les termes donnés ſucceſſivement par la diviſion décimale, & cela pour n'avoir que le nombre de repos néceſſaires à la facilité des calculs.

En comparant chacun de ces termes avec celui qui lui correſpond dans la diviſion du quart du méridien, comme unité des meſures uſuelles, on trouve que,

Le degré vaut 100000 mètres,
La minute 1000 mètres,
La ſeconde 10 mètres,
La tierce un décimètre,
La quarte un millimètre;

Et ainſi l'échelle qui a le mètre pour élément, eſt en même temps une échelle géographique pour ainſi dire toute faite.

26. De-là réſulte encore cet avantage, que les cartes topographiques, qui ne repréſentent que de petits terrains tracés d'après les meſures uſuelles; ſeront autant de ſousdiviſions des véritables cartes géographiques rapportées aux arcs du méridien; en ſorte que les plans particuliers, ſans aucune réduction ni aucun changement, auront leur place marquée dans

le cadre de la carte générale compoſée de leur enſemble.

Avantages des nouvelles Meſures.

27. Il ſuit de l'expoſé que nous venons de faire, que les nouvelles meſures ont un fondement réel, toujours ſubſiſtant & invariable, puiſque l'étendue dont elles tirent leur origine, eſt priſe dans la nature. Nous n'y avons rien mis du nôtre, que la manière de diviſer cette étendue, & le choix de certaines diviſions que nous avons jugées plus aſſorties à nos uſages. Il en eſt de cette étendue à peu-près comme de la durée du jour, qui eſt une durée naturelle, meſurée par le temps que ſuivant les apparences, le ſoleil emploie à tourner autour de la terre, pour revenir au même point d'où il étoit parti. Seulement il dépendoit de nous de diviſer cette durée en vingt-quatre heures, & chaque heure en ſoixante minutes, comme on l'avoit fait juſqu'ici, ou d'admettre toute autre diviſion, par exemple, la diviſion décimale que la Convention nationale a préférée, & dont nous parlerons bientôt plus en détail.

28. De plus, quoique l'établiſſement de la

nouvelle meſure ſoit l'ouvrage de la nation Françaiſe, on peut dire que cette meſure exiſte par-tout ; en ſorte que ſi les autres peuples l'adoptoient, ils ne feroient que prendre ce qui eſt à eux comme à nous. On conçoit enfin que s'il étoit poſſible que par la ſuite tous les étalons ou modèles des nouvelles meſures vinſſent à ſe perdre, on pourroit en refaire d'autres qui leur fuſſent exactement ſemblables. Sur quoi il eſt à remarquer que pour déterminer la longueur du quart du méridien, on n'a beſoin que d'en meſurer une partie un peu conſidérable, comme un neuvième ou un huitième. Cette partie étant ſuppoſée connue par l'obſervation, on en conclud, à l'aide du calcul, la longueur du quart entier du méridien *(a)*.

(a) Si la terre avoit une forme exactement ſphérique, on pourroit prendre à telle diſtance du pôle que l'on voudroit, l'arc qu'il s'agiroit de meſurer immédiatement, puiſque cet arc, toutes choſes égales d'ailleurs, auroit par-tout le même rapport avec le quart du méridien, qui ſeroit un véritable quart de cercle ; de manière que tous les arcs compris entre deux perpendiculaires à la ſurface de la terre, qui feroient entr'elles des angles égaux, ſeroient pareillement égaux. Mais le méridien étant une ellipſe dont la plus grande courbure eſt ſituée à l'équateur &

Expérience du Pendule.

29. Mais il y a mieux; c'eſt que ſi l'on vouloit dans la ſuite retrouver l'unité de

---

la plus petite aux pôles, il en réſulte que les arcs déterminés d'après la condition dont nous venons de parler, vont toujours en augmentant depuis l'équateur juſqu'aux pôles; & comme la différence des axes n'eſt pas ſuffiſamment connue, on riſqueroit de ſe tromper d'une quantité ſenſible, en meſurant une partie quelconque du quart du méridien, pour en déduire enſuite le reſte à l'aide du calcul. Mais on démontre que dans une ellipſe dont les axes ne diffèrent entr'eux que d'une petite quantité, comme dans celle du méridien terreſtre, l'arc qui répond à la perpendiculaire, tellement ſituée, qu'elle fait avec l'axe de la terre un angle de 50 degrés, d'après la nouvelle diviſion, eſt à très-peu-près un moyen terme entre tous les autres arcs compris entre deux perpendiculaires qui font entr'elles le même angle; en ſorte qu'en le multipliant par le rapport entre l'angle droit & l'angle qui correſpond à ce même arc, on a d'une manière très-approchée la longueur du quart du méridien, quel que ſoit d'ailleurs le rapport des axes de l'ellipſe dont cet arc fait partie.

D'après ce principe, on s'eſt déterminé à prendre pour l'arc qui devoit être meſuré immédiatement, celui qui s'étend depuis Barcelone juſqu'à Dunkerque, parce qu'il eſt coupé en deux parties qui, ſans être égales entr'elles, ne ſont pas du moins trop inégales, par le parallèle ſitué au milieu de la diſtance entre l'équateur & le pôle; & ainſi cet arc renfermant le point de l'ellipſe où les longueurs plus grandes & plus petites

meſure, il ne ſeroit pas néceſſaire de recommencer une auſſi grande opération que la meſure d'une partie notable du quart du méridien, parce que l'unité une fois déterminée, on peut, avec le ſecours de la phyſique, la reproduire auſſi ſouvent que l'on voudra, par un moyen prompt & facile, qui en offrira pour ainſi dire une copie fidèle.

Voici en quoi conſiſte ce moyen : ſi l'on

---

des différens degrés ſe compenſent, on conçoit comment il peut ſervir de donnée pour déterminer le quart du méridien. La longueur de cet arc eſt d'environ neuf degrés & demi, & il a de plus l'avantage d'avoir ſes deux points extrêmes au niveau de la mer.

Et ce n'eſt point non plus par l'effet d'un choix arbitraire que l'on a déſigné l'arc qui ſe termine à l'Océan d'une part, & de l'autre à la Méditerranée, pour ſervir d'élément à la meſure du quart du méridien ; c'eſt qu'il eſt le ſeul qui rempliſſe d'une manière ſatisfaiſante les deux conditions dont nous avons parlé, & que la ſurface de la terre n'offre dans aucune autre partie connue une poſition pareille, ſi ce n'eſt dans la partie ſituée entre la baie d'Hudſon & la Géorgie, où il auroit fallu d'ailleurs meſurer un arc d'une étendue immenſe, au milieu d'un pays preſqu'inhabité, & où la nature même ſemble oppoſer des difficultés inſurmontables aux opérations de ce genre, par le grand nombre de lacs dont le terrain eſt entrecoupé.

ſuſpend un corps quelconque, tel qu'une boule de métal, à une extrémité d'un fil, & qu'ayant attaché ce fil à un point fixe par l'autre extrémité, on donne à la boule un mouvement qui la détermine à ſe balancer, on aura ce qu'on appelle en phyſique un *pendule*, & les balancemens de ce pendule ſe nomment *oſcillations.* Or le calcul & l'expérience prouvent que quand les oſcillations ſe font dans de petits arcs, leurs durées ſont égales; en ſorte que ſi le point d'où part le pendule eſt un peu plus haut ou un peu plus bas, pour une oſcillation que pour l'autre, les oſcillations ne laiſſeront pas de ſe faire dans des temps égaux.

30. D'une autre part, tout le monde ſait que ſi l'on donne plus de longueur au fil du pendule, les oſcillations ſeront plus lentes, & au contraire ſi l'on diminue la longueur du fil, elles ſe ſuccéderont plus promptement. C'eſt pour cela que quand une horloge à pendule avance, on deſcend la lentille attachée au bas de la verge, afin d'alonger cette verge; & au contraire ſi l'horloge retarde,

on remonte la lentille pour raccourcir la verge.

31. Cela posé, on prend un pendule dont la longueur, depuis le point d'attache jusqu'au centre de la boule, est exactement la même que celle du mètre déjà trouvé ; on lui donne un petit mouvement, & l'on cherche combien il feroit d'oscillations pendant la durée d'un jour. Le nombre de ces oscillations une fois connu, on conçoit que pour retrouver le mètre, il suffit de chercher, par l'expérience, quelle longueur doit avoir le pendule, pour faire dans l'espace d'un jour tel nombre d'oscillations. Ce nombre à la vérité n'est le même que pour les lieux de la terre qui sont à la même distance du pôle; il varie ensuite à mesure que l'on s'écarte ou qu'on se rapproche du pôle, parce que la force de la pesanteur, d'où dépend le mouvement du pendule, change elle-même à différentes distances du pôle. Il a donc fallu déterminer un lieu pour y faire l'expérience dont il s'agit, & l'on a choisi celui qui est situé au milieu du quart du méridien, ou sous le parallèle moyen

entre tous ceux qui ſont ſitués depuis le pôle juſqu'à l'équateur *(a)*.

32. Ainſi le pendule peut être regardé comme le dépoſitaire de l'unité de meſure, ou même comme un moyen de meſurer la terre; & rien n'eſt plus propre à faire admirer les reſſources de la phyſique & de la géométrie, que de voir une opération qui, dans l'eſprit du commun des hommes, fait naître l'idée d'un obſervateur obligé de ſe tranſporter d'un bout

---

(a) Ce choix eſt fondé ſur ce que la longueur du pendule qui fait ſes oſcillations au cinquantième parallèle (le quarante-cinquième de l'ancienne diviſion), eſt auſſi un terme moyen entre les longueurs des différens pendules, qui à des différences de latitude égales de part & d'autre, feroient dans le même temps un nombre égal d'oſcillations; en ſorte que la longueur de ce pendule moyen eſt égale à la ſomme des longueurs de tous les pendules diviſée par leur nombre. Ainſi, on doit la conſidérer, non pas préciſément comme la longueur d'un pendule particulier, priſe à tel endroit de la ſurface du globe, mais plutôt en général comme le terme de comparaiſon auquel ſe rapportent les longueurs des pendules qui oſcillent aux différentes latitudes, ce qui exclud toute préférence arbitraire donnée au lieu deſtiné pour l'expérience.

de la terre à l'autre, avec un grand appareil de machines, ſe réduire à une expérience fort ſimple, faite ſans changer de place, avec un inſtrument reſſerré dans de courtes dimenſions & animé d'un léger mouvement.

33. On avoit propoſé anciennement de prendre immédiatement pour l'unité de meſure, la longueur du pendule qui bat les ſecondes, à une diſtance déterminée du pôle, longueur qui en général diffère d'une petite quantité de celle qui a été trouvée pour le mètre. Mais outre que cette meſure eſt moins ſimple que celle qui réſulte de la diviſion du quart du méridien, parce qu'elle eſt compliquée d'un élément étranger, qui eſt la force de la peſanteur, elle a contre elle les meſures nautiques & géographiques, qui permettent encore moins de l'adopter : car ces dernières meſures ayant néceſſairement pour baſe la circonférence de la terre, puiſque les diſtances qu'elles ſervent à eſtimer, ne ſont que des portions de cette circonférence, le ſyſtème porteroit ſur deux baſes différentes, l'une relative aux meſures dont nous venons de parler, l'autre originaire

du pendule; & ainſi l'unité qui eſt de l'eſſence du ſyſtème ſeroit détruite.

34. D'ailleurs on ſait que l'on faiſoit concourir les meſures uſuelles ordinaires avec les meſures nautiques & géographiques, dans l'eſtimation de certaines diſtances, que l'on évaluoit à la fois en parties du degré terreſtre & en toiſes ou en pieds. C'eſt ainſi que pour évaluer la lieue ordinaire, on la conſidéroit tantôt comme la vingt-cinquième partie du degré du méridien, tantôt comme une longueur de deux mille deux cent quatre-vingt-trois toiſes, ce qui préſente deux nombres diſparates & incompatibles dans un même ſyſtème. Or lorſqu'on voudroit de même aſſocier la meſure dérivée du pendule avec celle qui ſeroit déduite des degrés du méridien, il n'y auroit plus d'accord entre les nombres qui repréſenteroient les réſultats de part & d'autre, parce que les baſes établies ſur des quantités hétérogènes, n'ayant elles-mêmes aucune meſure commune, on ne pourroit, en les comparant, ramener leur rapport à la ſimplicité convenable; & ainſi le ſyſtème pécheroit encore

par l'impoſſibilité de pouvoir ſubſtituer, même numériquement, une baſe à l'autre.

35. Mais ſi le pendule n'étoit point propre par lui-même à fournir la meſure primitive, il devenoit très-important, comme nous l'avons vu, de l'employer ſubſidiairement, en liant ſes réſultats avec ceux des opérations faites ſur le quart du méridien, pour avoir toujours, relativement à ces derniers, un moyen prompt & facile de vérification. Ainſi, après avoir d'abord donné l'excluſion au pendule, on y revient, mais en le rappelant à ſa vraie deſtination, qui eſt d'être le conſervateur du mètre.

Nouvelle diviſion de la durée du Jour.

36. La diviſion décimale avoit une application trop naturelle à la durée du jour, qui eſt, comme l'on ſait, le temps employé par le ſoleil à parcourir une circonférence de cercle, pour ne pas être tranſportée auſſi dans cette durée. On a donc partagé le jour, d'un minuit à l'autre, en dix heures, l'heure en cent minutes, & la minute en cent ſecondes; & telle eſt la diviſion qui

qui a lieu dans le calendrier républicain décrété par la Convention nationale. De cette manière le jour eſt compoſé de cent mille ſecondes, au lieu de quatre-vingt-ſix mille quatre cents qu'il renfermoit juſqu'alors, & il réſulte du choix des parties décimales qui ſe ſuccèdent dans cette ſousdiviſion, que la nouvelle ſeconde ſe trouve aſſortie à une certaine longueur de pendule, dont l'horlogerie & l'aſtronomie peuvent également s'accommoder. En conſéquence, la ſeconde étant environ les ſix ſeptièmes de celle que donnoit l'ancien ſyſtème, le pendule n'aura qu'environ vingt-ſept pouces cinq lignes de longueur, au lieu de trois pieds huit lignes & demie, ce qui ſera peut-être plus favorable aux obſervations, & rendra certainement les horloges aſtronomiques plus commodes, en ce que leur pendule ſe trouvera plus court.

La diviſion décimale a déjà été exécutée dans les inſtrumens faits par le citoyen Lenoir, qui ſervent dans ce moment à meſurer l'arc terreſtre compris entre Barcelone & Dunkerque, pour en conclure la longueur du quart du méridien. Elle l'a été également dans une

horloge aſtronomique conſtruite par le citoyen Berthoud, qui doit ſervir aux dernières expériences ſur la longueur du pendule. Enfin la commiſſion des poids & meſures s'occupe de réduire pareillement à la diviſion décimale toutes les différentes tables trigonométriques & aſtronomiques.

Deſcription de l'étalon du Mètre, & des principales meſures uſuelles de longueur.

37. Juſqu'ici nous avons expoſé la détermination phyſique du mètre. Nous allons maintenant conſidérer l'étalon de cette meſure.

De même que l'on avoit tracé ſur le pied des diviſions accompagnées de chiffres pour indiquer les parties fractionnaires de cette meſure, on a diviſé & chiffré l'étalon du mètre, d'après la combinaiſon qui a paru la plus avantageuſe pour interpréter cette eſpèce d'écriture. Dans cette vue, on a diſpoſé les lignes de diviſion & les chiffres comme ſur la figure 1, qui repréſente ſeulement les trois premiers décimètres. Le lecteur ſuppléera le reſte par la penſée. On voit que les lignes qui

déſignent les décimètres, s'étendent ſur toute la largeur du mètre; que celles qui répondent aux centimètres, ſe terminent à une certaine diſtance du bord, & que celles qui donnent les millimètres, ſont encore plus courtes, ce qui rend les trois ordres de diviſion faciles à diſtinguer. Les décimètres ſont marqués en gros chiffres, depuis 1 juſqu'à 10. Les centimètres, au lieu d'être marqués depuis 1 juſqu'à 100, le ſont par dixaines, en chiffres plus petits; en ſorte que la ſuite des dix caractères 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ſe répète continûment dans cet ordre de diviſions. Quant aux millimètres, on les a laiſſés ſans chiffres; ſeulement on a donné à la ligne du cinquième millimètre de chaque dixaine, une ſaillie au-deſſus des autres lignes, pour aider à ſe reconnoître, au défaut de chiffres.

D'après cette diſpoſition, l'inſtrument offre comme de lui même les nombres qui expriment les ſousdiviſions du mètre, par leſquelles on a paſſé, en meſurant une longueur affectée de reſtes fractionnaires. Suppoſons cette longueur egale à ſept mètres, deux décimètres, trois centimètres & quatre millimètres. Parmi les

chiffres 7, 2, 3, 4 qui appartiennent à ce réſultat, on n'a beſoin que de ſe rappeler le premier ; on trouve le ſecond & le troiſième écrits ſur la partie de l'inſtrument qui a ſervi à meſurer les petites longueurs correſpondantes, & il eſt bien aiſé de ſuppléer le chiffre 4 qui indique le nombre des millimètres.

Les mêmes chiffres peuvent également ſervir à exprimer uniquement en millimètres les ſousdiviſions du mètre qui font partie du réſultat. Ainſi, dans l'exemple que nous venons de citer, on trouveroit tout d'un coup que le réſultat eſt 7 mètres, 234 millimètres, en appliquant les trois chiffres indiqués par l'inſtrument à la plus petite des ſousdiviſions du mètre.

38. On auroit pu à la rigueur ſe contenter du mètre pour toutes les opérations qui exigent l'emploi des meſures linéaires, puiſqu'on trouvera toujours dans le mètre & ſes ſousdiviſions, un moyen de meſurer une longueur avec une exactitude ſuffiſante ; mais comme dans l'ancienne méthode de meſurer,

on avoit imaginé différentes eſpèces de meſures uſuelles, pour faciliter ou abréger les opérations, on a penſé qu'il convenoit d'introduire auſſi dans le nouveau ſyſtème, diverſes meſures qui répondiſſent aux précédentes, & puſſent les remplacer pour l'uſage ordinaire.

39. A l'égard de l'aune qui étoit deſtinée principalement à meſurer les étoffes, il étoit d'autant plus naturel de choiſir le mètre lui-même pour en tenir lieu, qu'il eſt ſeulement plus court d'environ ſept pouces que l'aune telle qu'on l'emploie à Paris, & qu'il ſe rapproche encore davantage de l'aune adoptée dans les pays étrangers, avec leſquels la France a des rapports de commerce. Les mètres appliqués à cet uſage ſont d'une forme carrée, comme celle de l'ancienne aune, & leurs diviſions qui ne s'étendent que juſqu'aux centimètres, ſont indiquées par de ſimples traits marqués ſur le bois & garnis de clous, comme cela ſe pratiquoit encore à l'égard de l'aune.

40. Pour remplacer la toiſe, on a choiſi le double mètre qui n'a pas deux pouces de

plus en longueur; ſur quoi il faut bien faire attention que le double mètre n'eſt employé que pour meſurer plus commodément & d'une manière plus expéditive une grande longueur; de ſorte qu'en l'appliquant ſucceſſivement ſur les différentes parties de cette longueur, on doit compter par les nombres 2, 4, 6, 8, &c. en regardant chaque application du double mètre comme l'équivalent de deux applications ſucceſſives d'un mètre unique.

41. Enfin pour ſuppléer au pied, & avoir auſſi une meſure de poche que l'on pût toujours porter ſur ſoi & employer au beſoin, on a exécuté une meſure égale à 25 centimètres, & que l'on a ſousdiviſée en millimètres. Le principal uſage de cette meſure eſt de déterminer de petites longueurs inférieures à celles du mètre, quoiqu'il ſoit facile, avec un peu d'habitude, de l'employer auſſi au défaut du mètre lui-même. On pourra, ſi l'on veut, appeler cette meſure *quart de mètre*, en n'employant ce mot que comme une expreſſion abrégée, pour déſigner une longueur de 25 centimètres. On a remarqué

que cette longueur ſe rencontroit, par une ſorte de haſard, avec la longueur la plus ordinaire du pied de l'homme, qui eſt à peu-près de neuf pouces.

42. La manière de tracer les diviſions & leurs chiffres ſur le quart de mètre eſt ſemblable à celle qui a lieu pour le mètre. Ainſi l'artiſte qui diviſe cette meſure, opère comme s'il eût commencé à diviſer un mètre entier, & ſe fût arrêté tout-à-coup après deux décimètres & demi; & cette diviſion fractionnaire, qui ſemble d'abord une imperfection, avertit au contraire celui qui emploie la meſure d'une choſe qu'on veut lui apprendre, ſavoir que cette meſure n'entre point dans l'ordre du ſyſtème, qu'elle n'eſt point une des ſousdiviſions du mètre, mais un ſimple fragment de mètre, deſtiné pour l'uſage de tous les momens, & dont on a ſéparé le reſte du mètre, qui deviendroit alors ſuperflu & incommode.

43. Rapports entre les nouvelles mesures de longueur & les anciennes.

Le mètre comparé au pied vaut à peu-près.... ..... $3^{p}\ 0^{p}\ 11^{l}\ \frac{44}{100}$.

Le double mètre comparé à la toise..... $6^{p}\ 1^{p}\ 10^{l}\ \frac{22}{25}$.

Le mètre comparé à l'aune de Paris, de $3^{p}\ 7^{p}\ 10^{l}\ \frac{5}{6}$..... $\frac{101\ \text{aunes}}{120}$ ou $\frac{5}{6}^{\text{aunes}}$ & quelque chose.

Le quart de mètre comparé au pied..... $9^{p}\ 2^{l}\ \frac{6}{7}$.

Le décimètre..... $3^{p}\ 8^{l}\ \frac{11}{32}$.

Le centimètre..... $4^{l}\ \frac{10}{23}$.

Le millimètre..... $\frac{4}{9}^{l}$.

II. DES MESURES AGRAIRES.

44. Les mesures agraires sont des surfaces ou des espaces étendus en longueur & largeur, à l'aide desquels on juge par comparaison de la grandeur d'un champ ou de toute autre portion de terrain, dont nous recueillons les produits pour nos usages. L'emploi de ces mesures est d'autant plus important, qu'il nous conduit à estimer la valeur de nos possessions les plus précieuses, & à régler les limites respectives de celles qui appartiennent

à différens particuliers. C'eſt ce qui a donné naiſſance à un art très-ancien, nommé *arpentage*, parce que la meſure agraire la plus communément employée dans la pratique de cet art eſt celle qu'on appelle *arpent*.

45. On doit conſidérer les meſures agraires comme formant une branche des meſures de ſuperficie, dont l'unité uſuelle eſt, dans le nouveau ſyſtème, le mètre carré. Cette unité ſera ſubſtituée à la toiſe carrée & au pied carré, pour évaluer les ſurfaces des ouvrages de maçonnerie, de menuiſerie & autres ſemblables. On auroit pu prendre auſſi le mètre carré pour l'unité des meſures agraires; mais il convenoit que cette unité, ſemblable en cela à l'ancien arpent, eût des dimenſions aſſorties à celles des terrains plus ou moins ſpacieux avec leſquels on devoit la comparer. On a jugé auſſi devoir la ramener à la forme la plus ſimple, qui eſt celle du carré.

46. Pour remplir ces deux objets, on a conſidéré une ſuite de carrés, dont chacun auroit ſon côté égal ſucceſſivement à dix mètres,

cent mètres, mille mètres, &c.; & parmi tous ces différens carrés, l'eſpace qui a paru réunir le mieux les conditions requiſes pour une unité de meſure agraire, eſt celui dont le côté eſt de cent mètres, & qui renferme dix mille mètres carrés. On a donc choiſi cet eſpace pour l'unité des meſures agraires, & on lui a donné le nom d'*are*, dérivé d'un mot qui ſignifie *labourer*. Son étendue eſt à peu-près double de celle de l'arpent qu'elle remplace.

47. Pour avoir enſuite d'autres meſures uſuelles propres à concourir avec l'are, à l'évaluation des terrains qui étant ſousdiviſés par cette unité de meſure, donneroient un reſte ou de ceux qui n'auroient que des dimenſions inférieures, on a ſousdiviſé l'are en dix parties égales, dont chacune a été appelée *déciare*, & le déciare à ſon tour en dix parties égales, dont chacune porte le nom de *centiare*. La ſurface du déciare eſt égale à mille mètres carrés, & celle du centiare à cent mètres carrés.

48. Tableau des meſures agraires.

FIGURES des Meſures.	LONGUEUR des côtés, en Mètres linéaires.	NOMBRE des Mètres carrés.	NOMS des Meſures.
Carré . . .	100 MÈTRES en tout ſens	10000	ARE, ou *unité de Meſure agraire.*
Carré long . . .	100 MÈTRES dans un ſens & 10 dans l'autre.	1000	DÉCIARE.
Carré long *(a)*.	100 MÈTRES dans un ſens & un dans l'autre.	100	CENTIARE.

49. Il arrive ſouvent que les terrains dont on cherche l'étendue, en la comparant à celle de l'are, s'écartent de la ſimplicité & de la régularité qui conviennent aux meſures uſuelles; mais la géométrie fournit des règles pour partager ces terrains en un certain nombre de triangles, dont on évalue la ſomme en ares, déciares, centiares, &c. & c'eſt en cela que conſiſte l'*arpentage.*

(a) Le centiare eſt auſſi ſuſceptible de prendre la figure d'un carré parfait, dont le côté ſeroit égal à dix mètres; mais celle que nous lui attribuons ici eſt adaptée à la méthode de calcul uſitée dans l'arpentage.

III. DES MESURES DE CAPACITÉ.

50. Le choix que l'on avoit fait du mètre carré (45) pour y rapporter les meſures de ſuperficie, indiquoit, par une ſuite néceſſaire, le mètre cubique comme unité uſuelle des meſures de ſolidité, pour être ſubſtitué au pied cube & à la toiſe cube, lorſqu'on auroit à meſurer des ſolides conſtruits ou façonnés par certains arts, comme les parties d'un édifice, les pièces d'une charpente, &c. Et de même que les meſures agraires ſont une dépendance des meſures de ſuperficie, dont elles ne diffèrent que par la relation qu'elles ont avec les productions de la terre, de même auſſi les meſures de capacité dérivent des meſures de ſolidité, avec la ſeule différence qu'elles ſont appropriées à certaines ſubſtances que la terre nous offre pareillement pour les beſoins journaliers de la vie, & dont ces meſures ſervent à évaluer la quantité ou le volume.

51. Parmi ces différentes ſubſtances, les unes ſont des liquides, tels que le vin, la bière, l'eau-de-vie, &c. Les autres ſont des grains,

tels que le blé, le ſeigle, l'orge, le riz, &c. Mais comme ce n'eſt toujours qu'une même manière d'opérer, qui conſiſte à tranſvaſer la ſubſtance qu'on ſe propoſe de meſurer, on a penſé que pour mettre plus de ſimplicité & d'uniformité dans le nouveau ſyſtème, il convenoit d'adopter pour les liquides & pour les grains, des meſures qui euſſent les mêmes grandeurs & portaſſent les mêmes noms. Seulement on fera varier les formes, ſuivant que l'exigera la diverſité des uſages auxquels les meſures ſeront employées.

52. Nous avons vu (46) que l'are ou l'unité des meſures agraires contenoit dix mille fois le mètre carré ou l'unité des meſures uſuelles de ſuperficie, & nous avons expoſé la raiſon qui avoit engagé à étendre ainſi les limites de la meſure dont il s'agit. Au contraire, l'uſage que l'on fait des meſures de capacité pour les beſoins journaliers, exigeoit que l'unité fût ici une meſure qui n'eût que de petites dimenſions. En conſéquence on a choiſi pour cette unité la millième partie du mètre cubique.

53. Si l'on ſuppoſe que l'unité dont il s'agit

ait elle-même la forme d'un cube, le côté de ce cube ſera égal au décimètre, & par conſéquent le corps prendra le nom de *décimètre cubique*. Mais comme la forme eſt ici indifférente, pourvu que le contenu ſoit le même, tout vaſe d'une forme quelconque, qui contiendroit préciſément la même quantité de liquide ou de ſolide qu'un vaſe dans lequel un décimètre cubique entreroit ſans y laiſſer de vide, ſera cenſé repréſenter l'unité relative aux meſures uſuelles de capacité.

Cette unité portera le nom de *cadil*.

54. Figurons-nous maintenant d'autres meſures qui ſoient égales ſucceſſivement à dix décimètres cubiques ou à dix cadils, à cent décimètres cubiques, &c. Dès le troiſième terme de cette progreſſion, nous arriverons à une meſure qui équivaudra au mètre cubique, & ce ſera celle qui contiendroit mille cadils ou mille décimètres cubiques. Cette meſure porte le nom de *cade*, & on peut la conſidérer comme la meſure uſuelle à laquelle ſe rapportent les grands approviſionnemens de liquides & de grains.

On voit par-là que la dénomination de *cadil* donnée à l'unité des meſures de capacité deſtinées pour les beſoins du moment, eſt une eſpèce de diminutif du mot *cade*, qui exprime à ſon tour une unité d'un ordre ſupérieur, relative aux grandes fournitures, ce qui établit entre les deux noms un rapport aſſorti aux uſages des meſures dont ils rappellent l'idée.

55. Entre le cade & le cadil, il y a deux meſures intermédiaires; ſavoir, le *décicade*, qui eſt la dixième partie du cade; & le *centicade*, qui en eſt la centième partie.

56. Tableau des meſures de capacité les plus ordinaires.

RAPPORTS avec le Décimètre cubique, ou le Cadil.	VALEURS en parties du Mètre cubique.	NOMS des Meſures.
1000.....	.... 1	CADE.
100.....	.... $\frac{1}{10}$	DÉCICADE.
10.....	.... $\frac{1}{100}$	CENTICADE.
1.....	.... $\frac{1}{1000}$	CADIL, ou *unité uſuelle des Meſures de capacité.*

57. En comparant le cadil d'une part & le centicade de l'autre, aux deux anciennes meſures uſuelles avec leſquelles celles-ci ont le plus de rapport, & dont l'une ſervoit pour les liquides, & l'autre pour les grains, on trouve que le cadil contient à peu-près une pinte & un vingtième, meſure de Paris, & que le centicade contient environ ſeize livres de blé, tandis que le boiſſeau de Paris en contient vingt livres.

58. Rien n'empêchera qu'on ne faſſe auſſi des doubles centicades, des triples centicades, &c. ſuivant que l'exigeront les differens genres de commerce dans les divers pays. Mais en employant ces meſures, on ramènera toujours leurs capacités à celles des meſures plus petites dont elles ſeront des multiples, de manière à ne point s'écarter du principe général dont on eſt parti pour régler la progreſſion des nouvelles meſures.

On voit par ce qui précède, que la nature des ſubſtances à l'état de liquide ou de grains, fournit un moyen ſimple, expéditif & aſſez précis pour l'uſage ordinaire, de meſurer un vaſe,

vaſe, en y verſant, à pluſieurs repriſes, la quantité de liquide ou de grains contenue dans une meſure uſuelle bien connue, telle que la pinte, juſqu'à ce que le premier vaſe ſoit plein. On peut encore juger de la capacité d'un vaſe, par le poids de la quantité de liquide ou de grains ſuffiſante pour le remplir. Mais lorſque les vaſes ſont d'une grandeur conſidérable, on ſe ſert d'un inſtrument appelé *jauge*, pour comparer les capacités de ces vaſes, qui ſont ordinairement des tonneaux, avec la capacité déjà connue d'un autre vaſe de même figure.

IV. Des Poids.

59. S'il eſt une branche de l'ancien ſyſtème qui ſe ſoit reſſentie des avantages de la réforme que le nouveau a opérée, c'eſt ſur-tout celle qui concerne les poids. Non-ſeulement la livre, qui étoit l'unité de poids, avoit été choiſie arbitrairement, mais ſa diviſion en onces, en gros, en grains, en demi-grains & quarts de grains, &c. offroit une ſuite interrompue de termes dont les rapports ne ſe lioient que difficilement dans l'eſprit, & échappoient

ſouvent à la mémoire. On évaluoit certains poids, ſur-tout ceux qui étoient petits, moins par leur relation avec l'unité principale, que par l'habitude d'en faire tel ou tel uſage. La diverſité des formes contribuoit encore à répandre la confuſion au milieu de cet aſſortiment de pièces qui ſembloient être étrangères les unes à l'égard des autres, & n'avoir rien de commun que l'emploi de la balance dont on ſe ſervoit pour chercher leur équilibre avec différens objets.

60. Nous avons vu (46) comment on avoit fait dépendre les meſures agraires des meſures linéaires, & comment les meſures de capacité, à leur tour, dérivoient des deux précédentes (50). De même on a ramené la détermination des nouveaux poids à celle des meſures de capacité; & ainſi toutes les parties du ſyſtème ſe tiennent par des rapports mutuels, & remontent à une même unité, comme à leur origine commune.

Détermination de l'unité de Poids.

61. Pour mieux faire concevoir les moyens

qui ont ſervi à déterminer les nouveaux poids, commençons par ébaucher en quelque ſorte l'opération, & ſuppoſons que l'on ſoit convenu en général de prendre pour l'unité de poids, celui d'une quantité d'eau égale au décimètre cube, ou contenue dans le cadil. Rien ne paroît ſi ſimple, dans ce cas, que de trouver l'unité de poids, en peſant d'abord ſeul le vaſe d'une capacité égale au décimètre cube, puis en le peſant une ſeconde fois après l'avoir rempli d'eau. La différence entre les deux peſées donneroit l'unité de poids cherchée, & l'expérience prouve que cette unité répondroit à peu-près à deux livres de l'ancien poids.

Mais cette manière de déterminer l'unité de poids manquoit de certains points fixes auxquels on pût rapporter le réſultat, & n'étoit pas d'ailleurs ſuſceptible d'une aſſez grande préciſion. Nous allons en indiquer les inconvéniens, & ce qu'on a fait pour y remédier.

62. L'eau commune eſt toujours plus ou moins mélangée de particules étrangères qui font varier ſon poids, à volume égal. Mais l'eau diſtillée, ou paſſée, comme l'on dit, à l'alambic,

ſe trouve amenée par cette opération, au plus grand degré de pureté poſſible. Quelque part qu'on l'ait priſe, elle a conſtamment le même poids, toutes choſes égales d'ailleurs, & telle étoit l'eau dont on s'eſt ſervi pour déterminer l'unité de poids.

63. La même quantité de fluide augmente ou diminue de volume, ſuivant qu'elle eſt plus ou moins échauffée, comme chacun peut en juger d'après le thermomètre, dont la liqueur s'étend & ſe reſſerre par les variations de la chaleur. Pour avoir un réſultat fixe à cet égard, on eſt convenu d'un certain degré de température que l'on feroit prendre à l'eau deſtinée pour l'expérience, & l'on a choiſi le degré de la glace fondante, ou celui qui eſt indiqué par zéro du thermomètre ordinaire.

64. La petite convexité que forme la ſurface d'un fluide qui remplit un vaſe juſqu'au bord, jointe à la difficulté de bien dreſſer les parois intérieures du vaſe, & d'en meſurer exactement la capacité, étoient de nouvelles cauſes d'incertitude qu'il falloit encore écarter. Pour y parvenir, on a employé, au lieu d'un vaſe

ouvert, un cylindre de cuivre fermé de toutes parts, & dont on avoit déterminé le volume avec beaucoup de ſoin. On a peſé ce cylindre d'abord dans l'air, & enſuite en le tenant plongé dans l'eau diſtillée au degré de la glace. Si le poids du cylindre eût été exactement le même que celui d'un égal volume d'eau, on conçoit que le cylindre auroit été entièrement ſoutenu par l'eau dans laquelle il étoit plongé, c'eſt-à-dire qu'il auroit perdu tout ſon poids; mais comme il peſoit plus que l'eau, à volume égal, ſon poids ſe trouvoit ſeulement diminué d'une quantité équivalente à celui d'un pareil volume d'eau; & ainſi la différence entre les deux peſées a dû donner le poids du volume d'eau remplacé par le cylindre; & comme on connoiſſoit d'ailleurs le rapport entre le volume du cylindre & celui du décimètre cube, il a été facile d'en conclure le poids du décimètre cube d'eau diſtillée, peſée au degré de la glace fondante. Ce poids s'eſt trouvé de deux livres cinq gros vingt-ſix grains de l'ancien poids de marc.

Il eſt viſible que comme ici le réſultat ne dépendoit plus que de la forme extérieure du cylindre combinée avec ſon poids, cet

inſtrument a dû ſe préſenter par un côté bien plus favorable au travail de l'art, aux meſures de la géométrie, & à l'opération de la peſée.

65. Enfin, comme l'eau peſée dans l'air, qui eſt un fluide, y perdoit auſſi une petite quantité de ſon poids, égale au poids d'un pareil volume d'air, & ſuſceptible elle-même de varier par diverſes circonſtances qui modifient l'air, on a cherché le poids du décimètre cube d'eau diſtillée, dans la ſuppoſition où la peſée ſe feroit dans le vide; & d'après cette nouvelle correction, on a trouvé que l'unité de poids répondoit à deux livres cinq gros quarante-neuf grains de l'ancien poids de marc *(a)*.

(a) On auroit pu choiſir, pour déterminer l'unité de poids, quelqu'autre matière fluide, par exemple, le mercure ou vif-argent bien épuré, ou même une matière ſolide, telle que l'or dégagé de tout alliage; & dans ce dernier cas, l'opération ſe fût réduite à faire avec cet or un cube ou un autre corps régulier, d'un volume bien connu, à le peſer au moyen de la balance ordinaire, à une température donnée, en ſuppoſant cette peſée faite dans le vide, puis à diviſer le poids total en un certain nombre de parties égales, dont chacune eût repréſenté l'unité de poids; mais on n'eſt pas auſſi certain d'avoir

Diviſions & ſousdiviſions de l'unité de Poids.

66. L'unité de poids portera le nom de *grave*, qui exprime un corps peſant. Sa dixième partie ſe nomme *décigrave*, ſa centième partie *centigrave*, & ſa millième partie *gravet*. Ces quatre eſpèces de poids ſuffiſent pour les uſages les plus communs. C'eſt la partie du ſyſtème qui ſervira à remplacer l'ancienne livre avec ſes ſousdiviſions en demi-livres, en quarterons, onces, demi-onces, gros & demi-gros.

67. Mais il étoit néceſſaire d'avoir auſſi des poids très-petits qui puſſent tenir lieu des grains, des demi-grains & des quarts de grain, pour pluſieurs genres d'opérations qui exigent

---

avec le mercure une denſité conſtante, toutes choſes égales d'ailleurs, qu'en employant l'eau diſtillée; & quant aux métaux à l'état de ſolidité, ils pouvoient éprouver, ſoit dans le refroidiſſement plus ou moins lent après la fonte, ſoit par l'effet de l'écrouiſſage, des différences de condenſation, capables de faire varier leur poids ſous un volume donné. Enfin, la facilité de ſe procurer de l'eau & de la diſtiller, ſuffiroit ſeule pour décider de la préférence en faveur de ce liquide, quand même les autres matières auroient offert d'ailleurs des avantages égaux relativement à la préciſion du réſultat.

beaucoup de préciſion, comme les eſſais de l'or & de l'argent, la peſée du diamant, celle de certains ſels ou autres médicamens qui ne doivent être adminiſtrés qu'à petites doſes, &c. En conſéquence on a formé trois nouvelles diviſions du grave, au moyen deſquelles le gravet à ſon tour ſe trouve ſousdiviſé à l'imitation du grave. La première ſousdiviſion eſt le *décigravet*, égal à la dix millième partie du grave ; la ſeconde le *centigravet*, ou le cent millième du grave ; & la troiſième le *milligravet*, ou le millionième du grave.

68. Et pour avoir de même au-deſſus du grave des poids dont on pût ſe ſervir pour les grandes peſées, où l'on employoit autrefois le quintal & le demi-quintal, on a regardé le poids d'eau diſtillée, qui répond au mètre cubique, comme une nouvelle unité à laquelle on a donné le nom de *bar*, dérivé d'un mot qui ſignifie corps peſant *(a)*. Le bar équivaut à mille graves ; la dixième partie qui eſt le

(a) L'étymologie du mot *grave* eſt priſe dans la langue Latine, & celle du mot *bar* dérive de la langue Grecque.

décibar, pèſe cent graves, & ſa centième partie qui eſt le *centibar*, pèſe dix graves.

69. Tableau du ſyſtème des nouveaux poids.

RAPPORTS avec le Décimètre cube d'eau diſtillée.	RAPPORTS avec le Mètre cube d'eau diſtillée.	NOMS des Poids.
1000	1	BAR ou MILLIER.
100	$\frac{1}{10}$	DÉCIBAR.
10	$\frac{1}{100}$	CENTIBAR.
1	$\frac{1}{1000}$	GRAVE.
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10000}$	DÉCIGRAVE.
$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{100000}$	CENTIGRAVE.
$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1000000}$	GRAVET.
$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{10000000}$	DÉCIGRAVET.
$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{100000000}$	CENTIGRAVET.
$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{1000000000}$	MILLIGRAVET.

70. Mais il falloit que l'uſage de ces poids, ſur-tout de ceux que l'on emploie journellement, comme le grave & ſes ſousdiviſions, fût aſſorti à la diverſité des peſées: en ſorte

que l'on pût former par leur moyen, toutes les combinaiſons poſſibles. Or pour parvenir à ce but, en ne ſe ſervant que de ces mêmes poids, on eût été obligé de multiplier chacun d'eux, ce qui eût entraîné beaucoup de longueurs & de difficultés dans les peſées. On a paré à ces inconvéniens, en formant des poids intermédiaires, à l'aide deſquels on pût opérer d'une manière plus commode, plus expéditive, & toujours conforme à la diviſion par dix, qui ſert de baſe au ſyſtème.

71. Pour remplir ce double objet, on a formé d'abord trois rangées de poids relatifs aux trois premières ſousdiviſions du grave. Sur la première rangée ſe trouvent un poids de cinq décigraves, placé en tête, & enſuite quatre autres poids, chacun d'un décigrave; ſur la ſeconde, d'abord un poids de cinq centigraves, puis quatre autres poids, chacun d'un centigrave; ſur la troiſième, d'abord un poids de cinq gravets, puis cinq autres poids, chacun d'un gravet.

Maintenant, ſi l'on prend la ſomme des poids de chaque rangée, en remontant, on

aura pour la dernière dix gravets qui valent un centigrave ; pour la ſeconde, neuf centigraves qui, avec le précédent, font un décigrave, & pour la première, neuf décigraves qui, joints au précédent, complètent le poids du grave.

72. Tous ces poids ſont d'une forme arrondie, comme les pièces de monnoie, & ceux d'une même rangée ont des diamètres égaux ; en ſorte que le premier ne diffère d'avec les quatre ou cinq ſuivans, que par une hauteur plus conſidérable. De plus, les poids qui appartiennent aux différentes rangées, ont des diamètres proportionnels à leurs différences ; & ainſi, en ſuppoſant tous ces poids diſpoſés ſymétriquement ſur différentes lignes, comme nous venons de l'expliquer, l'œil en ſaiſit aiſément les rapports, d'après celui de leurs hauteurs & de leurs diamètres, & ſe familiariſe bientôt avec les dimenſions propres à tel ou tel poids ; en ſorte que quand il ſe préſente ou ſeul ou confondu avec les autres, il n'a aucune peine à le diſcerner, & à juger du rang qu'il occupe dans le ſyſtème.

73. On a formé de même trois rangées de poids relatifs aux ſousdiviſions du gravet,

diſtribués dans le même ordre ; ſavoir, pour la première rangée un poids de cinq décigravets, & quatre décigravets ſéparés; pour la ſeconde un poids de cinq centigravets, & quatre centigravets ſéparés ; & pour la troiſième, un poids de cinq milligravets, & cinq milligravets ſéparés. Les trois ſommes priſes de même en remontant, donnent d'abord dix milligravets, ou l'équivalent d'un centigravet, enſuite neuf centigravets qui avec le précédent font un décigravet, & enfin neuf décigravets qui, joints au précédent, complètent le poids du gravet.

74. On a établi auſſi relativement à la partie du ſyſtème compriſe depuis le grave juſqu'au bar, un mode de diviſion qui, en ajoutant aux poids donnés immédiatement par le rapport décimal, d'autres poids intermédiaires, fût propre à faciliter les grandes peſées. En conſéquence, on eſt convenu, qu'outre le centibar ou le poids de dix graves, qui étoit déjà dans la ſérie, on feroit des poids de vingt graves, d'autres de cinq graves, & d'autres de deux graves. On pourra multiplier chacun de ces poids, pour ſimplifier

les peſées ; & l'aſſortiment qui a paru à cet égard mériter la préférence, eſt celui qui eſt compoſé de quatre poids de vingt graves, de deux poids de dix graves, d'un de cinq graves, d'un autre de deux graves, avec trois poids d'un grave chacun ; ce qui forme une ſomme de cent dix graves.

75. Rapports entre les nouveaux poids & les anciens.

	Livres.	Onces.	Gros.	Grains.
1. Bar	2044.	6 .	0 .	40.
2. Décibar	204.	7 .	0 .	4.
3. Poids de 20 Graves.	40.	14 .	1 .	44.
4. Centibar	20.	7 .	0 .	58.
5. Poids de 5 Graves.	10.	3 .	4 .	29.
6. Poids de 2 Graves	4.	1 .	3 .	26.
7. Grave	2.	0 .	5 .	49.
8. Poids de 5 Décigraves.	1 .	0 .	2 .	60 $\frac{1}{2}$.
9. Décigrave		3 .	2 .	12 $\frac{1}{10}$.
10. Poids de 5 Centigraves.		1 .	5 .	6 $\frac{1}{20}$.
11. Centigrave			2 .	44 $\frac{41}{100}$ ou $\frac{9}{22}$ grains à peu-près.
12. Poids de 5 Gravets			1 .	22 $\frac{41}{200}$ ou $\frac{1}{5}$ gr.
13. Gravet				18 $\frac{841}{1000}$ ou $\frac{16}{19}$ gr.
14. Poids de 5 Décigravets.				9 $\frac{841}{2000}$ ou $\frac{5}{12}$ gr.
15. Décigravet				1 $\frac{8841}{10000}$ ou $\frac{8}{9}$ gr.

16. Poids de 5 Centigravets. . . . . $\frac{18841}{20000}$ ou $\frac{29}{32}$ liv.

17. Centigravet. . . . . $\frac{18841}{100000}$ ou $\frac{10}{53}$ liv.

18. Poids de 5 Milligravets. . . . . $\frac{18841}{200000}$ ou $\frac{3}{32}$ liv.

19. Milligravet. . . . . $\frac{18841}{1000000}$ ou $\frac{1}{53}$ liv.

V. DES MONNOIES.

76. La monnoie de compte, qui a pour unité la livre tournois, étoit diviſée juſqu'à préſent en ſous, dont chacun valoit un vingtième de la livre, & en deniers ou en douzièmes de ſou. Maintenant on la diviſera en décimes qui ſeront des dixièmes de livre, & en centimes ou centièmes de livre.

77. On ſait que les calculs qui s'appliquent aux monnoies, ſont ſans comparaiſon ceux dont on fait le plus d'uſage. Ils ſe mêlent preſque par-tout dans les opérations relatives aux différentes meſures & aux poids, & ils y portoient la complication qui naît de la manière dont l'ancienne livre étoit ſousdiviſée. Le rapport décimal ſubſtitué à cette diviſion mal aſſortie, ſera un préſent fait au commerce, qui lui devra une double économie de temps & de travail.

SECONDE PARTIE.

CALCUL relatif à la diviſion décimale des Meſures déduites de la grandeur de la Terre.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

78. C'ÉTOIT déjà pour le ſyſtème des nouvelles meſures un avantage d'un grand prix, d'être fondé ſur une unité invariable, & de procéder dans ſes diviſions & ſousdiviſions, par une ſuite de rapports qui naiſſent les uns des autres avec une uniformité propre à les rendre plus faciles à ſaiſir & plus préſens à la mémoire; mais le choix de ces rapports, par préférence à tous les autres, ajoute encore au mérite du ſyſtème, en le liant à une méthode de calcul également précieuſe par ſa ſimplicité & par ſa généralité. On ſait que dans les opérations d'arithmétique qui ne conſiſtoient qu'à calculer des unités ſimples, comme des

livres tournois, des aunes, des toiſes, &c.; on ſuivoit à l'égard de toutes ces différentes unités, une même règle d'une facile exécution; en ſorte, par exemple, que l'addition des livres tournois ne différoit en aucune manière de celle des aunes; mais dès que l'unité ſe ſubdiviſoit, & qu'il falloit opérer en même temps ſur des nombres compoſés de livres tournois, de ſous & de deniers, ou de toiſes, de pieds, de pouces & de lignes, &c.; alors la complication de toutes ces quantités fractionnaires paſſoit dans l'opération même. A meſure que l'on changeoit d'unité principale, on avoit une nouvelle arithmétique & des difficultés d'un nouveau genre.

Il n'en ſera plus ainſi à l'aide de la méthode que nous allons expoſer. Quelque multipliées que ſoient les diviſions de l'unité principale, les nombres qui les expriment ſe préſentent toujours ſous la forme de nombres entiers, qui n'exigent qu'une légère attention pour ramener les opérations à la ſimplicité de l'arithmétique la plus élémentaire. Par une ſuite néceſſaire, les règles s'appliquent indifféremment à toutes

les

les eſpèces de meſures ſousdiviſées en autant de parties que l'on voudra. Celui qui ſait calculer des mètres, des décimètres, des centimètres, ſait par-là même calculer des graves, des décigraves, des centigraves, ou des livres tournois, des décimes, des centimes, &c.; en ſorte que quand il opère ſucceſſivement ſur différentes meſures, par voie d'addition ou de toute autre manière, ce n'eſt point l'opération qui change, ce n'eſt que le nom de l'unité principale.

79. Avant d'expoſer la méthode dont il s'agit, nous donnerons ici la table des abréviations des noms de meſures & de poids, qui pourront ſervir à indiquer, lorſqu'il ſera néceſſaire, l'eſpèce d'unité relative aux nombres qu'elles accompagneront.

Meſures linéaires.

Millaire	ml.
Mètre	mt.
Décimètre	d.mt.
Centimètre	c.mt.
Millimètre	m.mt.

Mesures de superficie.

Mètre quarré	mt.q. *(a)*
Are	ar.
Déciare	d.ar.
Centiare	c.ar.

Mesures de solidité.

Mètre cubique	mt.c.
Cade	cd.
Décicade	d.cd.
Centicade	c.cd.
Cadil	cl.

Poids.

Bar *ou* Millier	br. *ou* mlr.
Décibar	d.br.
Centibar	c.br.
Grave	gv.
Décigrave	d.gv.
Centigrave	c.gv.
Gravet	gvt.
Décigravet	d.gvt.
Centigravet	c.gvt.
Milligravet	m.gvt.

(a) Nous nous conformons ici à l'ancien usage, qui étoit d'écrire *quarré* au lieu de *carré*, en ramenant l'orthographe de ce nom à son étymologie, qui est le mot latin *quadratum*, afin de n'avoir qu'une seule lettre à employer pour chacun des signes distinctifs du carré & du cube.

Monnoies.

Livre ..... lv.
Décime ..... dm.
Centime ..... cm.

I. De la manière d'exprimer en chiffres les résultats des opérations sur les nouvelles Mesures.

80. On a pu remarquer que le rapport de dix à un, que l'on appelle *rapport décimal*, & qui règle les diviſions & ſousdiviſions des nouvelles meſures, étoit le même que celui qui a lieu entre les unités des chiffres placés à la ſuite les uns des autres dans l'arithmétique ordinaire, c'eſt-à-dire, par exemple, que chaque diviſion du quart du méridien égale dix fois la diviſion ſuivante, comme dans notre arithmétique l'unité de chaque chiffre vaut dix fois celle du chiffre qui ſuit, en allant de gauche à droite.

81. Cela poſé, convenons d'exprimer la longueur du mètre par le chiffre 1, & imaginons qu'ayant meſuré une dimenſion conſidérable, on l'ait trouvée égale à neuf cent

vingt-trois mètres. Il eſt évident que pour coucher ce nombre en arithmétique, il ſuffira d'écrire de ſuite les trois chiffres 9, 2, 3, en ajoutant, ſi l'on veut, le mot *mètre* en abrégé, de cette maniere, $923^{mt.}$; pour indiquer l'eſpèce d'unité à laquelle ſe rapporte ce nombre.

82. Suppoſons maintenant que la dimenſion meſurée ſe trouve augmentée d'une certaine quantité, en ſorte qu'elle égale neuf cent vingt-trois mètres, cinq décimètres, ſix centimètres, ſept millimètres, & écrivons d'abord ce nombre de la manière ſuivante, $923^{mt.}\ 5^{d.mt.}\ 6^{c.mt.}\ 7^{m.mt.}$ Ayant fait attention qu'un mètre vaut dix décimètres, un décimètre dix centimètres, & un centimètre dix millimètres, je vois que je puis repréſenter le même nombre d'une manière beaucoup plus ſimple & plus commode. Pour cela, j'écris les trois chiffres 5, 6, 7, immédiatement à la ſuite de ceux qui expriment des mètres, avec la ſeule indication du mot *mètre*, placé au-deſſus du chiffre qui déſigne les unités, de cette manière, $923\overset{mt.}{5}67$, & je conviens que les unités de tous les chiffres, pris

ſucceſſivement de gauche à droite, décroîtront ſuivant le rapport décimal. Alors il eſt clair que les valeurs de ces unités ſe ſuccéderont dans cet ordre, centaine de mètre, dixaine de mètre, unité de mètre, dixième de mètre ou décimètre, dixième de décimètre ou centimètre, dixième de centimètre ou millimètre; & ainſi le nombre énoncé d'après les valeurs des différens chiffres qui le compoſent, ſera neuf cent vingt-trois mètres, cinq décimètres, ſix centimètres, ſept millimètres.

83. Dans l'expreſſion de ce nombre, on diſtingue deux parties; l'une compoſée de mètres ou d'unités ſimples, & l'autre de ſous-diviſions du mètre ou de l'unité ſimple; & la poſition du mot *mètre* qui indique la ſéparation de ces deux parties, ſuffit ſeule pour déterminer la valeur de l'unité de chaque chiffre, d'après le rang que ce chiffre occupe à la gauche ou à la droite du mot *mètre*.

84. Je puis préſenter ſous la même forme le réſultat de toute autre opération faite ſur les nouvelles meſures, en changeant ſeulement l'indication de l'unité principale. Ainſi cette

expreſſion 923567 déſignera 923 graves; 5 dixièmes de grave ou 5 décigraves, 6 dixièmes de décigrave ou 6 centigraves, & 7 dixièmes de centigrave ou 7 gravets. Celle-ci, 923567, indiquera 923 livres, 5 décimes, 6 centimes & 7 dixièmes de centime, ou ſept-millièmes de livre.

85. En comparant toutes ces expreſſions qui ne diffèrent que par le nom de l'unité principale, toujours placé d'ailleurs de la même manière, je vois que je puis les employer à repréſenter des unités quelconques, avec des diviſions décimales de ces unités, en ſubſtituant au nom de l'unité principale un caractère indéterminé, tel qu'une virgule, qui ſervira à diſtinguer les unités ſimples de leurs ſousdiviſions. J'aurai alors l'expreſſion ſuivante 923,567, qui indique d'une manière générale 923 unités, 5 dixièmes, 6 centièmes, 7 millièmes d'unité.

86. Je conçois de plus que rien ne m'empêche de placer une virgule, même dans l'expreſſion d'une opération particulière faite ſur

les nouvelles meſures, en faiſant concourir cette virgule avec le nom de l'unité principale. Ainſi je puis écrire de cette manière le premier des réſultats que nous avons cités pour exemple, $923^{mt.},567$. J'aurai alors le double avantage de pouvoir conſidérer cette expreſſion comme particulière à telle eſpèce de meſure, en portant toute mon attention ſur la place qu'occupe le mot mètre, & de pouvoir la généraliſer, & la rendre applicable à un réſultat quelconque, en ſupprimant le mot mètre, & en ne laiſſant ſubſiſter que la virgule.

87. Remarquons en paſſant que le nombre $923^{mt.},567$, peut être énoncé de cette autre manière, neuf cent vingt-trois mètres, cinq cent ſoixante-ſept millimètres, en rapportant toute la dernière partie à la plus petite eſpèce d'unité. On pourroit encore l'énoncer ainſi, neuf cent vingt-trois mille cinq cent ſoixante-ſept millimètres, d'après cette obſervation que les valeurs des unités des ſix chiffres ſe trouvant toujours dix fois plus grandes en allant de droite à gauche, ſont ſucceſſivement égales à un millimètre, dix millimètres, cent

millimètres, mille millimètres, &c. Il ſera facile de traduire de même de pluſieurs manières, dans le langage ordinaire, une ſomme de graves, de livres tournois, &c. avec leurs ſousdiviſions.

88. On peut appliquer les mêmes principes à d'autres nombres, dans leſquels la virgule ſera ſuivie d'autant de chiffres qu'on voudra, en pouſſant la diviſion de l'unité principale juſqu'aux dix-millièmes, aux cent-millièmes, aux millionièmes, &c. Ainſi le nombre $76^{m.}{,}24573$ exprimera ſoixante-ſeize mètres, 2 décimètres, quatre centimètres, 5 millimètres, 7 dix-millièmes, trois cent-millièmes; ou 76 mètres, vingt-quatre mille cinq cent ſoixante-treize cent-millièmes de mètre. On voit que quand les unités des derniers chiffres ceſſent d'avoir des noms qui ſoient dans l'ordre du ſyſtème, on les déſigne ſimplement par les valeurs qu'elles ont relativement à l'unité principale; comme lorſque, dans l'exemple précédent, on énonce par ſept dix-millièmes la valeur du chiffre 7 qui ſuit les millimètres. On faiſoit la même choſe dans l'ancien ſyſtème, lorſque,

pour exprimer les petites ſousdiviſions du pied qui n'étoient pas dénommées, on diſoit un dixième ou un centième de ligne.

89. Lorſque par le réſultat de l'opération, une des ſousdiviſions de l'unité principale ſe trouve nulle, comme dans le cas où, en meſurant une longueur d'après le mètre & ſes ſousdiviſions, on n'a que des mètres, des décimètres, des millimètres, & point de centimètres, on met un zéro à la place qui répond à cette ſousdiviſion, pour conſerver aux autres chiffres leur rang & leur valeur.

Exemple : $71^{mt.},506$, c'eſt-à-dire, 71 mètres, cinq décimètres, zéro centimètre, ſix millimètres, ou 71 mètres, cinq cent ſix millimètres.

90. De même, s'il n'y a point d'unités ſimples, comme lorſqu'on a meſuré une longueur plus courte que le mètre, on place un zéro avant la virgule, pour indiquer que les unités ſimples ſont nulles.

Exemples : $0^{mt.},129$, c'eſt-à-dire zéro mètre,

un décimètre, deux centimètres, neuf millimètres, ou ſimplement 129 millimètres.

$\overset{lv.}{0},37$, c'eſt-à-dire zéro livre, 3 décimes 7 centimes, ou trente-ſept centimes.

L'exemple ſuivant réunit les deux cas: $\overset{gr.}{0},009$, c'eſt-à-dire zéro grave, zéro décigrave, zéro centigrave, 9 gravets, ou ſimplement 9 gravets.

91. Voici quelques autres règles dont on ſentira d'avance l'utilité pour ſimplifier & faciliter les calculs. Je reprends l'expreſſion $\overset{mt.}{9}23,567$, & je ſuppoſe que je veuille la rendre dix fois plus grande, ou l'appliquer à une dimenſion qui égale dix fois la précédente. J'y parviendrai tout-d'un-coup, en reculant le mot *mètre* avec la virgule, d'un rang vers la droite, de cette manière: $923\overset{mt.}{5},67$. Car en énonçant ainſi ce nouveau nombre, 9235 mètres, ſix décimètres, ſept centimètres, on voit que le dernier chiffre 7 qui exprimoit des millimètres, exprime maintenant des centimètres, dont chacun vaut dix millimètres; & par une ſuite néceſſaire, les unités de tous les autres chiffres ayant acquis des valeurs dix

fois plus grandes, en vertu du ſeul déplacement de la virgule, le nombre entier doit ſe trouver augmenté dans le même rapport.

Pour rendre le nombre cent fois, mille fois &c. plus grand, on reculera la virgule & le mot qui l'accompagne de deux rangs, trois rangs, &c. vers la droite. Par exemple, cette expreſſion $\overset{gv.}{7},567$ qui déſigne 7 graves, 567 gravets, deviendra cent fois plus grande, ſi on l'écrit ainſi $756\overset{gv.}{,}7$, ce qui ſignifie 756 graves ; 7 décigraves.

Le même nombre devient mille fois plus grand qu'il n'étoit d'abord, ſi on l'écrit de cette manière, $7567^{gv.}$. D'où il ſuit que ſi le nombre dont il s'agit avoit eu cette forme 7,567, qui déſigne des unités quelconques, il ſuffiroit, pour le rendre mille fois plus grand, de faire diſparoître la virgule, en écrivant 7567.

92. De même, on peut rendre un nombre qui exprime des mètres, des graves, des livres, &c. tout-d'un-coup dix fois, cent fois, mille fois, &c. plus petit, en reculant la virgule d'un rang, de deux rangs, de trois

rangs, &c. vers la gauche. Ainſi $176^{mt.},134$ deviendra dix fois plus petit, ſi l'on déplace la virgule de cette manière $17^{mt.},6534$. On ſent aiſément la raiſon de cette transformation, qui eſt le contraire de la précédente.

Si l'on vouloit rendre $176^{mt.},534$ mille fois plus petit, la virgule, dans ce cas, ſe trouvant reculée derrière le premier chiffre 1, on la feroit précéder d'un zéro, de cette manière $0^{mt.},176534$, pour indiquer qu'il n'y a plus d'unités ſimples, tous les chiffres qui exprimoient de ces unités ayant paſſé au rang des diviſions de l'unité principale.

93. Mais ſi en conſervant à tous les chiffres les rangs qu'ils occupent après la virgule, on ajoutoit un ou pluſieurs zéros à leur ſuite, cette addition ne changeroit point la valeur du nombre. Ainſi $0^{gv.},4$ & $0^{gv.},400$ ne ſont que la même quantité ſous deux formes différentes. Car en énonçant ſucceſſivement les valeurs des caractères qui les compoſent, on auroit pour la première, zéro grave, quatre décigraves, & pour la ſeconde, zéro grave, quatre décigraves, zéro centigrave, zéro

gravet, expreſſion qui n'ajoute aucune quantité réelle à la première. Et ſi l'on énonce tout-d'un-coup les deux nombres, d'après l'enſemble de leurs plus petites parties, on aura pour le premier quatre décigraves, & pour le ſecond quatre cents gravets, c'eſt-à-dire, un nombre cent fois plus grand de parties cent fois plus petites; par où l'on voit que tout eſt compenſé, & qu'ainſi l'égalité ſubſiſte entre les deux nombres. Il eſt quelquefois utile d'introduire de ces zéros ſurnuméraires dans l'expreſſion du réſultat d'une opération faite ſur les nouvelles meſures.

Par une raiſon ſemblable, ſi le nombre qui exprime un de ces réſultats eſt terminé par des zéros, on pourra ſupprimer ces zéros en tout ou en partie, ſans altérer la valeur du nombre.

94. Comme par la nature du ſyſtème des nouvelles meſures, les ſousdiviſions de l'unité principale ſuivent toujours le rapport décimal, ou ne ſont autre choſe que des parties décimales de l'unité, nous donnerons déſormais, pour abréger, le nom de *décimales* aux chiffres

qui les repréſentent, lorſque nous voudrons indiquer ces chiffres d'une manière générale, & nous dirons première, ſeconde, troiſième décimale, &c. pour déſigner le premier, le ſecond, le troiſième chiffre, &c. après le nom de l'unité principale ou après la virgule. Ainſi la première décimale ſera celle qui exprimeroit des décimètres dans un calcul ſur les meſures linéaires, des décigraves dans un calcul ſur les poids, des décimes dans un compte, &c.; la ſeconde ſera celle qui dans les mêmes cas exprimeroit des centimètres, des centigraves ou des centimes, &c.

95. On voit par ce qui précède, que pour traduire en arithmétique le réſultat d'une opération ſur les nouvelles meſures, il ſuffit de faire attention à la place que doit occuper le nom de l'unité principale ou la virgule, & cette attention déjà facile en elle-même eſt encore aidée par la manière ſeule d'opérer, qui eſt déjà une eſpèce d'arithmétique palpable, en ſorte qu'il ſuffit d'énoncer le réſultat de l'opération, pour que les nombres ſe trouvent comme couchés d'avance & préparés pour le calcul.

Dans l'expoſition que nous allons faire des règles à ſuivre pour la pratique de ce calcul, tout dépendra de même de l'attention donnée à la virgule, ſur laquelle porte toute la différence entre l'arithmétique ordinaire & celle qui s'applique aux nouvelles meſures. Et pour mieux faire reſſortir les avantages de cette dernière, nous lui comparerons l'ancienne méthode de calculer les quantités fractionnaires relatives à chaque meſure; & en ſuppoſant que nous parlions ſucceſſivement à ceux qui avoient à calculer des quantités monétaires, des meſures de longueur, des poids, &c. nous montrerons à chacun d'eux comment, au lieu de la marche longue & compliquée qu'il étoit obligé de ſuivre, il n'a plus qu'un pas à faire pour arriver au but, à l'aide de la diviſion décimale qui gouverne tout le nouveau ſyſtème.

II. DE L'ADDITION.

1.° *Addition des Livres, Décimes & Centimes.*

96. Lorſque vous aviez reçu ou dépenſé pluſieurs ſommes compoſées de livres, ſous & deniers, & que vous vouliez en former le

total, vous vous y preniez de la manière ſuivante :

Soit propoſé d'ajouter

24 livres, 14 ſous, 9 deniers, ou	24ᵗᵗ	14ˢ	9ᵈ
253 livres, 15 ſous, 11 deniers, ou	253	15	11.
67 livres, 9 ſous, 10 deniers, ou	67	9	10.
6 livres, 13 ſous, 8 deniers, ou	6	13	8.
Total.....	352ᵗᵗ	14ˢ	2ᵈ

Vous formiez d'abord la ſomme des deniers, & vous aviez 38, qui ſont 3 douzaines de deniers ou 3 ſous, & 2 deniers. Vous poſiez 2 ſous la colonne des deniers, & vous reteniez 3 ſous pour les ajouter à la colonne des unités de ſou, ce qui vous donnoit 24. Vous poſiez 4 ſous cette même colonne, & vous reteniez 2 dixaines, que vous portiez à la colonne précédente, ce qui faiſoit 5 dixaines. Vous preniez la moitié de 5, qui eſt 2, avec le reſte 1, que vous poſiez ſous la même colonne. Vous reteniez 2, que vous ajoutiez aux unités de livres, après quoi vous pourſuiviez l'opération à l'ordinair.

97.

97. Voici un exemple analogue, tiré des nouvelles mesures.

EXEMPLE.

Soit proposé d'ajouter

354 livres, 7 décimes, 3 centimes, ou		354,73
256 livres, 0 décime, 9 centimes, ou		256,09
97 livres, 8 décimes, 1 centime, ou		97,81
10 livres, 1 décime, 6 centimes, ou		10,16
Total.....	liv.	718,79.

Pour faire cette opération, écrivez les nombres à ajouter les uns sous les autres, de manière que toutes les virgules soient sur une même colonne; & dans le total placez la virgule au même rang où elle est déjà dans les nombres supérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On propose d'ajouter

53 livres, 0 décime, 3 centimes, ou		53,03
12 livres, 5 décimes, ... ou		12,5
0 livre, 1 décime, 2 centimes, ou		0,12
9 livres, 6 décimes, ... ou		9,6
Total.....	liv.	75,25.

2.° *Addition des meſures de longueur pour le commerce des étoffes.*

98. Vous aviez meſuré avec l'aune quatre pièces d'étoffe de différentes longueurs, & vous vous propoſiez de trouver la longueur totale.

Les longueurs à ajouter étoient :

35 aunes & demie, ...	ou	$35^{a.}\frac{1}{2}$
7 aunes, trois quarts, . .	ou	$7\frac{3}{4}$
12 aunes, cinq huitièmes,	ou	$12\frac{5}{8}$
6 aunes, un quart, . . .	ou	$6\frac{1}{4}$
Total		$62^{a.}\frac{1}{8}$.

Il falloit d'abord prendre la ſomme des quatre fractions. Cette ſomme eſt $\frac{17}{8}$ qui font 2 aunes $\frac{1}{8}$. Vous poſiez $\frac{1}{8}$ ſous la colonne des fractions. Vous reteniez 2 que vous portiez à la colonne des unités d'aune, après quoi l'opération ſuivoit la marche ordinaire.

Dans d'autre cas, l'aune étoit diviſée en demies, en tiers, en ſixièmes. On avoit alors des opérations du genre de la ſuivante.

Soit proposé d'ajouter

29 aunes & demie, . .	ou	$29\frac{1}{2}$
35 aunes, deux tiers,	ou	$35\frac{2}{3}$
12 aunes, un sixième,	ou	$12\frac{1}{6}$
Total		$77\frac{1}{3}$.

L'addition des trois fractions donnoit 1 aune $\frac{1}{3}$; ayant posé $\frac{1}{3}$ sous la colonne des fractions, vous portiez 1 à la colonne des unités d'aune, & le reste à l'ordinaire.

99. La nouvelle méthode vous épargne tout cet embarras, qui naissoit des fractions à ajouter ensemble pour en extraire les unités.

EXEMPLE.

On demande la longueur totale de 4 pièces d'étoffe.

		mt.
L'une de 22 mt. 5 d.mt. 6 c.mt.,	ou	22,56
La 2.e de 18 mt. 4 d.mt. 8 c.mt.,	ou	18,48
La 3.e de 9 mt. 3 d.mt. 2 c.mt.,	ou	9,32
La 4.e de 5 mt. 3 d.mt. 5 c.mt.,	ou	5,35
		mt.
Total		55,71.

Ecrivez les quatre nombres à ajouter les uns

ſous les autres, en faiſant correſpondre toutes les virgules ſur une ſeule colonne, & dans le total placez la virgule ſur le prolongement de cette même colonne.

AUTRE EXEMPLE.

Soit propoſé d'ajouter

$35^{mt.}$	$0^{d.mt.}$	$4^{c.mt.}$	$6^{m.mt.}$	ou	$^{mt.}35,046$
$0^{mt.}$	$0^{d.mt.}$	$3^{c.mt}$		ou	0,03
$22^{mt.}$	$1^{d.mt.}$	$0^{c.mt.}$	$4^{m.mt.}\frac{7}{10}$...	ou	22,1047
$9^{mt.}$	$8^{d.mt.}$			ou	9,8
			Total.....		$^{mt.}66,9807.$

3.° *Addition des Meſures de longueur pour les ouvrages de conſtruction.*

100. Ayant meſuré ſucceſſivement quatre longueurs différentes en toiſes, en pieds & en parties de pied, vous déſiriez connoître la longueur totale.

La 1.re étoit de	7^{T}	5^{P}	10^{P}	7^{l}
La 2.e de	1	2	7	10
La 3.e de	9	4	11	9
La 4.e de	8	3	9	5
Total....	39^{T}	5^{P}	3^{P}	$7^{l}.$

Pour trouver ce total, vous preniez d'abord la ſomme 31 des lignes, qui font 7 lignes & 2 douzaines de lignes, ou 2 pouces; vous poſiez 7 ſous la colonne des lignes, & vous ajoutiez 2 à la colonne des pouces, ce qui faiſoit 39 pouces ou 3 pieds 3 pouces; vous poſiez le dernier 3 ſous la colonne des pouces, & vous reteniez le premier pour l'ajouter aux pieds, ce qui vous donnoit 17 pieds, ou 2 toiſes 5 pieds; ayant poſé 5 ſous les pieds, vous portiez 2 à la colonne des unités de toiſe, & alors ce n'étoit plus qu'une addition ordinaire.

101. A l'aide du nouveau calcul, vous avez beaucoup plus de ſimplicité, même avec une plus grande préciſion, comme celle dès millimètres, dont chacun ne vaut, à très-peu de choſe près que $\frac{4}{9}$ de ligne.

EXEMPLE.

On propoſe d'ajouter $\overset{mt.}{2}3,678$

$4,245$

$12,931$

$9,354$

Total..... $\overset{mt.}{3}0,208.$

Après avoir écrit les nombres à ajouter les uns au-deſſous des autres, de manière que toutes les virgules ſoient alignées ſur une même colonne, additionnez à l'ordinaire, & dans le total placez la virgule au même rang où elle ſe trouve dans les nombres ſupérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On propoſe d'ajouter

	mt.
	0,2347
	27,02
	4,008
	0,0903
Total.....	31,3533.

4.° *Addition des Poids.*

102. On ſait que le livre de l'ancien poids valoit 16 onces, l'once 8 gros, le gros 72 grains, & que quand on viſoit à la préciſion, on ſousviſoit les grains en demies, en quarts, &c. Suppoſons une opération dont le réſultat fût compliqué de toutes ces différentes quantités, & qui conſiſtât,

par exemple, en quatre pesées différentes.

L'une de	2^{l}	6^{onces}	6^{gros}	56^{grains}	$\frac{1}{2}$
La 2.e de	7	2	5	39	$\frac{3}{4}$
La 3.e de	8	12	2	12	$\frac{1}{4}$
La 4.e de	3	7	4	60	
Total....	21^{l}	13^{onces}	3^{gros}	24^{grains}	$\frac{1}{2}$.

Vous ajoutiez d'abord les trois fractions, dont la somme étoit $\frac{6}{4}$ de grain, ou 1 grain $\frac{1}{2}$. Vous posiez $\frac{1}{2}$ sous les autres fractions, & vous ajoutiez une unité à la somme des grains, ce qui faisoit 168 grains, qui valent 2 gros 24 grains : vous posiez 24 sous les grains, & vous portiez 2 à la colonne des gros, dont la somme étoit 19, c'est-à-dire, 2 onces 3 gros; ayant posé 3 sous les gros, vous reteniez 2 que vous ajoutiez aux onces, ce qui faisoit 29 onces, égales à 1 livre 13 onces; vous posiez 13 sous les onces; vous portiez 1 à la colonne des unités de livre, & vous poursuiviez à l'ordinaire.

103. La manière dont les nouveaux poids ont été divisés rend l'opération entière aussi

facile que le devenoit la précédente, lorſqu'après avoir paſſé par tant de quantités différentes & de réductions à l'unité d'un degré ſupérieur, vous arriviez enfin à n'avoir plus que des unités de livre à calculer. Il eſt à remarquer qu'en employant des centgravets, dont chacun vaut à peu-près $\frac{5}{27}$ de grain, laquelle fraction eſt plus petite que $\frac{1}{4}$, on obtient une préciſion qui va encore plus loin, ſans nuire à la ſimplicité du calcul.

EXEMPLE.

On a fait ſéparément cinq peſées que l'on veut réunir, pour ſavoir ce que pèſe la totalité.

La 1.re eſt de	9,6785	
La 2.e de	7,2013	
La 3.e de	0,3506	
La 4.e de	6,0821	
La 5.e de	3,6352	
Total.....	26,9477.	gv.

Écrivez les nombres à ajouter les uns au-deſſous des autres, en diſpoſant toutes les virgules ſur une ſeule colonne, & dans le total,

placez la virgule ſur cette même colonne *(a)*.

AUTRE EXEMPLE.

On propoſe d'ajouter $\overset{v.}{0},5$

$9,53$
$0,0287$
$8,10704$

Total..... $\overset{gv.}{1}8,16574.$

(a) Il n'eſt pas inutile d'obſerver que quand on emploie, comme on doit toujours le faire de préférence, des poids de $5^{gv.}$ de $5^{d.gv.}$, de $5^{c.gv.}$, de $5^{gvt.}$, avec d'autres poids ſimples, comme d'un grave, d'un décigrave, d'un gravet, &c., il y a de l'avantage à mettre une certaine méthode dans la manière de recueillir ſucceſſivement ces différens poids, pour écrire le réſultat de l'opération. Ainſi, après la première des cinq peſées dont il s'agit ici, & en ſuppoſant que la combinaiſon des poids fût la plus ſimple poſſible, vous retireriez d'abord de la balance un poids de 5 graves, & deux poids de 2 graves chacun, en diſant, 5 & 2 font 7 & 2 font 9; puis vous écririez 9 ſuivi d'une virgule. Vous prendriez enſuite un poids de 5 décigraves, puis un décigrave ſimple, en diſant, 5 & 1 font 6, & vous écririez 6 pour première décimale. Après cela viendroient un poids de 5 centigraves & 2 centigraves ſéparés, dont la ſomme 7 donneroit une ſeconde décimale. Vous auriez maintenant à retirer un poids de 5 gravets, puis 3 gravets ſéparés, en diſant 5 & 3 font 8, & vous écririez 8 pour 3.e décimale. Il ne reſteroit plus qu'un poids de 5 décigravets qui vous donneroit une dernière décimale 5. De cette manière l'expreſſion numérique de la ſomme ſe préſente comme d'elle-même, d'après le ſeul énoncé du réſultat.

104. On ſait que le poids de cent livres portoit le nom de *quintal*, & celui de mille livres, le nom de *millier;* en ſorte que quand on avoit à additionner des ſommes conſidérables de poids, on les évaluoit en milliers, en quintaux & en livres ſimples. Dans le nouveau ſyſtème, le poids de cent graves eſt le *décibar*, & le poids de mille graves eſt le *bar.* Mais de plus, le poids de dix graves porte le nom particulier de *centibar,* dont l'analogue manquoit à l'ancien ſyſtème ; ce qui établit entre les diviſions du nouveau, qui remontent au-deſſus du grave, la même liaiſon qu'entre celles qui deſcendent au-deſſous, & jette plus de netteté dans les réſultats.

EXEMPLE.

On a peſé ſucceſſivement cinq ballots, dont on demande le poids total.

	br.
Le 1.er eſt de	1,157
Le 2.e de	0,239
Le 3.e de	1,376
Le 4.e de	0,39
Le 5.e de	0,205
Total.....	lr. 3,367.

Remarques.

105. Si l'on n'avoit à additionner que des diviſions d'une certaine unité, telles que des décimes, on pourroit écrire, pour abréger, les ſommes partielles, comme ſi l'unité relative à cette diviſion étoit l'unité principale.

EXEMPLE.

On propoſe d'ajouter

			dm.
9 décimes,	2 centimes,	ou	9,2
7 décimes,	1 centime,	ou	7,1
4 décimes,	7 centimes,	ou	4,7
8 décimes,	3 centimes,	ou	8,3
5 décimes,	2 centimes,	ou	5,2
		Total.....	dm. 34,5.

On ramèneroit enſuite, ſi on le jugeoit à propos, l'expreſſion de la ſomme totale aux unités d'un ordre ſupérieur qu'elle renferme, en écrivant lv. 3,45, au lieu de dm. 34,5.

106. La difficulté des opérations relatives aux anciennes meſures, venoit des réductions que l'on avoit à faire de deniers en ſous, de

ſous en livres, ou de grains en gros, de gros en onces, &c., pour porter à la colonne précédente les nouvelles unités qui ſe formoient de l'addition des parties fractionnaires. Et comme le ſyſtème de diviſion changeoit ordinairement d'une colonne à l'autre, il en réſultoit un embarras de plus, parce qu'il falloit faire attention à ce changement. Dans le nouveau calcul, il y a de même des réductions; par exemple, ſi la ſomme des chiffres d'une colonne a donné 25 centimes, lorſque après avoir poſé le chiffre 5 ſous cette colonne, on porte 2 à la colonne des décimes, on réduit réellement 20 centimes en 2 décimes; mais ces réductions étant abſolument ſemblables à celles qui ont lieu pour les entiers, où le calcul donne immédiatement les unités d'un ordre ſupérieur qui doivent être ajoutées à la colonne précédente, elles ſe font comme d'elles-mêmes, ſans qu'on s'en aperçoive.

III. DE LA SOUSTRACTION.

1°. *Souſtraction des Livres, Décimes & Centimes.*

107. Pour vous rendre compte à vous-même de ce qu'il vous reſtoit d'une certaine ſomme dont vous aviez dépenſé une partie,

Il falloit ſouſtraire de	8954$^{\#}$	3^{f}	6^{d}
	5678	17	8
Reſte.....	3275$^{\#}$	5^{f}	10^{d}.

Pour faire d'abord la ſouſtraction des deniers, vous étiez obligé d'emprunter ſur les 3^{f} du nombre ſupérieur, une unité égale à 12 deniers, que vous ajoutiez à 6, ce qui faiſoit 18. Souſtrayant 8, vous aviez pour reſte 10, que vous poſiez ſous les deniers. Il falloit enſuite emprunter de même ſur les unités de livre, une unité ou 20^{f} que vous ajoutiez aux 2^{f} qui reſtoient, ce qui vous donnoit 22 ſous; d'où retranchant 17, vous aviez pour reſte 5, que vous écriviez ſous les ſous. Vous rappelant alors que les unités de livre, dans le nombre ſupérieur,

ſe réduiſoient à 3, vous n'aviez plus qu'une opération ordinaire.

108. Le calcul fait d'après le nouveau ſyſtème, ramène tout à cette dernière manière d'opérer.

EXEMPLE.

On veut ſouſtraire de $8962^{lv.},32$
$6789,69$

Reſte..... $2172^{lv.},63.$

Vous écrivez d'abord les nombres donnés ſur deux lignes, en faiſant correſpondre les virgules; vous opérez enſuite à l'ordinaire; & dans le nombre qui exprime le reſte, vous placez la virgule au même rang que dans les nombres ſupérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On veut ſouſtraire

de $357^{lv.}\ 3^{dm.}$ ..... ou de $357^{lv.},300$
$126^{lv.}\ 4^{dm.}\ 5^{cm.}\ \frac{2}{10}$ ... ou $126,452$

Reſte..... $230^{lv.},848.$

Dans ce cas, l'une des deux ſommes ayant moins de décimales que l'autre, vous lui en donnez le même nombre, en ajoutant deux zéros à ſa ſuite (93), pour la facilité de l'opération.

2°. *Souſtraction des meſures de longueur pour le commerce des étoffes.*

109. Ayant meſuré avec l'aune deux pièces d'étoffe de différentes longueurs, vous déſiriez ſavoir de combien l'une étoit plus longue que l'autre, & pour cela vous aviez à ſouſtraire

de $41^{\text{aunes}}\ \frac{1}{6}$
$32\ \ \frac{2}{3}$

Reſte... $8^{\text{aunes}}\ \frac{1}{2}$.

Obſervant d'abord que de $\frac{1}{6}$ on ne peut ſouſtraire $\frac{2}{3}$, qui eſt plus fort, vous empruntiez ſur le chiffre précédent une unité ou 6 ſixièmes, que vous ajoutiez à $\frac{1}{6}$, ce qui vous donnoit $\frac{7}{6}$. Il falloit enſuite réduire les deux fractions au même dénominateur, & la manière la plus ſimple pour y parvenir, étoit de convertir $\frac{2}{3}$ en $\frac{4}{6}$, en multipliant par 2 le numérateur & le dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$. La diffé-

rence entre $\frac{4}{6}$ & $\frac{7}{6}$ étoit $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$. Vous écriviez $\frac{1}{2}$ ſous la colonne des fractions; après quoi vous aviez ſimplement 32 à ſouſtraire de 40.

110. Ces ſortes d'opérations exigeoient, comme l'on voit, une certaine habitude du calcul des fractions. Un exemple du même genre fera ſentir l'avantage de la nouvelle méthode.

EXEMPLE.

On veut ſouſtraire de $69^{mt.},25$
$58,66$

Reſte..... $10^{mt.},59$.

Vous écrivez les deux nombres donnés l'un au-deſſous de l'autre, en ſorte que les virgules ſe correſpondent. Vous ſouſtrayez à l'ordinaire, & dans le réſultat vous placez la virgule au même rang que dans les nombres ſupérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On veut ſouſtraire

de $571^{mt.}\ 3^{d.mt.}$ ..... ou de $571^{mt.},300$
$97^{mt.}\ 4^{d.mt.}\ 5^{c.mt.}\ 2^{m.mt.}$ ou $97,452$

Reſte..... $473^{mt.},848$.

Les

Les nombres de décimales étant inégaux dans les deux nombres donnés, on les a égalés, en ajoutant deux zéros à la ſuite du nombre ſupérieur (93), ce qui rend l'opération plus aiſée.

3.° *Souſtraction des meſures de longueur pour les ouvrages de conſtruction.*

111. Vous aviez à comparer deux longueurs différentes, meſurées avec la toiſe & le pied, pour ſavoir de combien l'une l'emportoit ſur l'autre, & à cet effet,

Il falloit ſouſtraire de $43^{T.}\ 2^{P.}\ 8^{P.}\ 6^{l.}$

$25\ \ 5\ \ 7\ \ 10$

Reſte..... $17^{T.}\ 3^{P.}\ 0^{P.}\ 8^{l.}$

Ne pouvant ſouſtraire $10^{l.}$ de $6^{l.}$, vous empruntiez ſur le chiffre précédent du nombre ſupérieur, 1 pied ou 12 pouces, qui joints à 6, donnoient 18, dont retranchant 10, vous aviez le reſte 8, que vous écriviez ſous les lignes. Les 8 pouces du nombre ſupérieur ſe trouvant réduits à 7, la différence entre les pouces, de part & d'autre, étoit zéro, que vous écriviez ſous la colonne correſpondante.

Vous empruntiez enſuite ſur les unités de toiſe, 1 toiſe ou $6^{p.}$, que vous ajoutiez à $2^{p.}$, ce qui faiſoit 8. Retranchant 5, vous aviez pour reſte 3, que vous écriviez ſous les pieds. A ce terme la ſouſtraction reprenoit la marche ordinaire.

112. Voici un cas ſemblable réſolu d'une manière bien plus ſimple, à l'aide de la nouvelle méthode.

EXEMPLE.

On veut ſouſtraire de $\overset{mt.}{45,237}$
$17,369$

Reſte..... $\overset{mt.}{27,868}$.

Vous écrivez d'abord les deux nombres propoſés ſur deux lignes, en faiſant coïncider les virgules ; vous faites la ſouſtraction à l'ordinaire, & dans le nombre qui donne le reſte, vous placez la virgule au même rang que dans les nombres ſupérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

Vous avez à ſouſtraire

de $52^{mt.}\ 3^{d.mt.}\ 0^{c.mt.}\ 2^{m.mt.}\ \frac{4}{10}$ ou de $\overset{mt.}{52,3024}$

$39^{mt.}\ 4^{d.mt.}$ ..... ou $39,4000$

Reſte..... $\overset{mt.}{12,9024}$.

En posant ici les deux nombres donnés, vous ajoutez à la suite de l'inférieur le nombre de zéros nécessaire pour qu'il ait autant de décimales que l'autre (93); ce qui est plus commode pour le calcul.

4.° *Soustraction des Poids.*

113. Ayant pesé un vase d'abord seul, & ensuite après l'avoir rempli de liquide, vous désiriez connoître avec précision le poids du liquide, en prenant la différence des deux pesées, & pour cela

Il falloit soustraire de	11 liv.	3 onces	6 gros	17 grains $\frac{1}{2}$
	1	5	2	45	$\frac{3}{4}$
Différence ou poids du liquide	9 liv.	14 onces	3 gros	43 grains $\frac{3}{4}$.

Pour faire d'abord la soustraction des fractions ordinaires, vous empruntiez sur les 17 grains du nombre supérieur, une unité ou $\frac{2}{2}$; ajoutant ces $\frac{2}{2}$ à $\frac{1}{2}$, & réduisant la somme $\frac{3}{2}$ en une autre fraction qui eût 4 pour dénominateur, vous aviez $\frac{6}{4}$, dont vous retranchiez

$\frac{3}{4}$; reſte $\frac{3}{4}$ que vous écriviez ſous la même colonne. Paſſant enſuite à la colonne des grains, vous étiez obligé, pour en faire la ſouſtraction, d'emprunter ſur les 6 gros une nouvelle unité ou 72 grains, que vous ajoutiez à 16, ce qui faiſoit 88; retranchant 45, vous trouviez pour reſte 43 grains, que vous écriviez ſous la colonne des grains. Des 5 gros qui reſtoient au nombre ſupérieur, vous retranchiez 2 gros, ce qui donnoit pour différence 3 gros, que vous écriviez ſous la colonne des gros. Enfin vous empruntiez une unité de livre ou 16 onces, pour l'ajouter aux 3 onces du nombre ſupérieur, & de la ſomme 19 vous retranchiez 5, ce qui donnoit pour reſte 14 onces, que vous écriviez ſous la colonne des onces; après quoi tout ſe réduiſoit a ſouſtraire $1^{l.}$ de $10^{l.}$ pour avoir la différence 9 des livres.

114. Au lieu de toute cette complication de quantités fractionnaires diſparates, vous n'avez, dans les cas ſemblables, ramenés à la nouvelle méthode, qu'une opération ſimple & élémentaire.

EXEMPLE.

Le poids du vaſe plein eſt de $^{gv.}$ 5,1246
Le poids du vaſe ſeul eſt de 0,5369

Différence ou poids du liquide $^{gv.}$ 4,5877.

Après avoir écrit les réſultats des deux peſées l'un ſous l'autre, en faiſant correſpondre les virgules, vous ſouſtrayez comme à l'ordinaire, & dans le nombre qui exprime la différence, vous placez la virgule au même rang que dans les nombres ſupérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On veut ſouſtraire de

2 bars 5 décibars 7 centibars ..... ou de $^{br.}$ 2,5700
1 bar 2 décibars 8 centibars 3 graves 5 décigraves ou 1,2835

Reſte..... $^{br.}$ 1,2865.

Comme le premier des nombres propoſés a ici moins de décimales que l'autre, vous faites en ſorte qu'il en ait autant, en ajoutant deux zéros à ſa ſuite (93), pour faciliter l'opération.

IV. DE LA MULTIPLICATION.

115. Nous obſerverons, avant de paſſer aux calculs relatifs à ce genre d'opérations, que dans les multiplications où le multiplicande & le multiplicateur, d'après l'énoncé de la queſtion, expriment l'un & l'autre des unités d'une eſpèce déterminée, le multiplicateur eſt néanmoins toujours cenſé repréſenter des unités quelconques, abſtraction faite de toute valeur particulière. Lorſque l'on demande, par exemple, ce que coûteront $3^{mt.},5$ d'étoffe, à raiſon de 6^{ft} par mètre, le multiplicande eſt 6^{ft} & le multiplicateur 3,5, c'eſt-à-dire trois unités & cinq dixièmes. Car le but de l'opération eſt de prendre 6^{ft} trois fois & 5 dixièmes de fois; & il eſt évident que le produit ſera le même à tous égards, ſoit que le nombre 3,5 repréſente des mètres, des graves, ou toute autre eſpèce d'unité. Cette remarque fournit une règle pour diſtinguer dans tous les cas le vrai multiplicande du vrai multiplicateur. Il ſuffit pour cela de ſe demander à laquelle des deux eſpèces d'unités

que préſente l'énoncé de la queſtion, doit ſe rapporter le produit. Cette unité indiquera le multiplicande.

D'après cela, l'exactitude de la méthode ſembleroit exiger que l'on écrivît toujours le multiplicande au-deſſus du multiplicateur; mais comme il arrive ſouvent que ce dernier nombre a plus de chiffres que l'autre, l'opération en deviendroit plus compliquée, parce qu'on auroit un plus grand nombre de produits partiels. On peut donc alors renverſer l'ordre, en mettant le multiplicateur à la place ſupérieure, attendu que le produit eſt abſolument le même dans les deux cas. Il ſuffira que l'on diſtingue par la penſée le vrai multiplicande, pour ne pas ſe méprendre à l'eſpèce d'unité que doit donner le produit.

1.° *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes, par un nombre ſimple.*

116. Nous choiſiſſons pour premier exemple, une opération dans laquelle le multiplicande eſt un nombre complèxe, qui renferme des unités de livre & des ſousdiviſions

de la livre, tandis que le multiplicateur eſt un nombre ſimple, auquel cas la manière d'opérer étoit uniforme, même dans l'ancienne méthode, quelles que fuſſent, d'après l'énoncé de la queſtion, les unités du multiplicateur. Ainſi nous ſuppoſerons que vous ayez eu à multiplier 13^{tt} 12^{s} 9^{d} en général par 47, opération qui donne indifféremment la ſolution de chacune des queſtions ſuivantes;

Combien coûtent 47 livres peſant de telle marchandiſe, à 13^{tt} 12^{s} 9^{d} la livre?

Ou, combien coûtent 47 aunes d'étoffe, à raiſon de 13^{tt} 12^{s} 9^{d} par aune?

Ou, quelle ſomme dépenſeroit-on en 47 jours, en ſuppoſant que la dépenſe de chaque jour fût de 13^{tt} 12^{s} 9^{d}?

Mais ſi le multiplicateur étoit lui-même un nombre complèxe, alors l'opération faite d'après l'ancienne méthode changeroit de forme, ſuivant que l'unité de ce même facteur repréſenteroit une livre poids de marc, ou une aune, ou un jour, &c.; & c'eſt ſous ces différens points de vue que nous conſidérerons l'unité du multiplicateur dans les exemples qui doivent ſuivre. On verra qu'au lieu

de toutes ces transformations, qui obligent de varier continuellement la marche du calcul, la méthode relative au nouveau ſyſtême conſerve toute ſa généralité & ſa ſimplicité. Mais il faut auparavant faire connoître les avantages de ce ſyſtême, relativement aux queſtions du genre de celle qui nous occupe ici.

Soit donc propoſé de chercher

Combien coûteroient 47 quantités quelconques, à raiſon de..... 13ᵗᵗ 12ˢ 9ᵈ pour chaque quantité.

141.			
47			
23	10		
4	14		
1	3	6	
	11	9	
Produit.....	640ᵗᵗ	19ˢ	3ᵈ.

Après avoir multiplié à l'ordinaire 13ᵗᵗ par 47, vous paſſiez aux 12ˢ, que vous décompoſiez en 10ˢ & 2ˢ. Pour 10ˢ, vous preniez la moitié de 47ᵗᵗ, & pour 2ˢ le cinquième de ce que vous avoient donné

les 10ˢ. Vous décompoſiez enſuite les 9ᵈ en 6ᵈ & 3ᵈ. Vous preniez pour 6ᵈ le quart de ce que vous aviez eu pour 2ˢ; & pour 3ᵈ, la moitié de ce que les 6ᵈ venoient de vous donner; après quoi vous faiſiez l'addition de tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

La multiplication pouvoit offrir des cas encore plus compliqués que le précédent. Cela dépendoit du nombre des ſous & de celui des deniers. Les méthodes abrégées que l'on avoit imaginées relativement aux ſous, offroient peu d'avantages, & il falloit de l'habitude pour ne pas ſe tromper en les appliquant.

117. Donnons un exemple du même genre pris dans le nouveau ſyſtème.

EXEMPLE.

Une quantité quelconque a coûté liv. 15,58; combien couteroient..... 64 quantités de la même eſpèce!

6232
9348

Produit..... liv. 997,12.

Pour faire cette opération, vous multipliez à l'ordinaire, ſans avoir égard à la virgule du multiplicande, & dans le produit vous ſéparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule & de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande, c'eſt-à-dire, que dans le cas préſent, vous en ſéparez deux. Effectivement, puiſque le multiplicande ramené aux unités de la plus petite eſpèce exprime des centimes, le produit qui renferme 64 fois le même nombre de centimes, doit avoir pareillement des centimes pour unités de la plus petite eſpèce, ce qui a lieu d'après la poſition donnée à la virgule.

2°. *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes par un nombre complèxe qui exprime des meſures de longueur pour le commerce des étoffes.*

118. Vous vous propoſiez d'acheter un certain nombre d'aunes d'étoffe avec une fraction, & ſachant que le prix de chaque aune étoit de tant de livres, de ſous & de deniers, vous déſiriez connoître le prix total, ce qui offroit cette queſtion à réſoudre :

Combien coûtent.... 37 aunes $\frac{1}{2}$
à raiſon de..... 9^{tt} 14^{f} 10^{d} l'aune?

333			
18	10		
7	8		
x	xff		
	18	6	
	12	4	
4	17	5	
Produit.....	365^{tt}	6^{f}	3^{d}.

Vous aviez d'abord à multiplier 9^{tt} par 37 à l'ordinaire. Pour multiplier enſuite 14^{f} par le même facteur, vous décompoſiez 14^{f} en deux parties, l'une de 10^{f} & l'autre de 4^{f}. Pour les 10^{f}, vous preniez la moitié de 37^{tt}, & pour les 4^{f}, vous en preniez le cinquième. Paſſant de là aux deniers, vous commenciez par faire un faux produit, en prenant $\frac{1}{20}$ de 37^{tt}, comme ſi vous aviez eu à multiplier 1^{f} par 37. Cela fait, vous partagiez 10^{d} en 6^{d} & en 4^{d}. Vous preniez pour les 6 deniers la moitié du faux produit; & pour les 4 deniers, vous en preniez le tiers. Il ne reſtoit plus qu'à tenir compte de la fraction $\frac{1}{2}$, en prenant la moitié de 9^{tt} 14^{f} 10^{d}, puis à additionner tous

les produits partiels, pour avoir le produit total.

119. Appliquons la nouvelle méthode à une opération ſemblable.

EXEMPLE.

On demande combien coûtent 52,32 mt.
à raiſon de ..... 8,53 lv. par mètre.

15696
26160
41856

Produit.... 446,2896 lv.

Vous multipliez à l'ordinaire, ſans faire aucune attention aux virgules, & dans le produit, vous ſéparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule & de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande & au multiplicateur, c'eſt-à-dire qu'ici vous en ſéparez quatre.

Il eſt aiſé de concevoir la raiſon de cette poſition donnée à la virgule; car en ſuppoſant que l'on eût à multiplier 8,53 lv. par le nombre entier 5232, le produit ſeroit 44628,96 lv. avec deux décimales (117); mais le véritable multiplicateur étant 52,32, cent fois plus petit que 5232, d'après ce qui a été

dit (92), le vrai produit doit être auſſi cent fois plus petit que le précédent, ce qui exige que la virgule ſoit reculée de deux rangs vers la gauche, & par conſéquent le vrai produit aura quatre décimales. On pourra appliquer le même raiſonnement aux réſultats de toutes les autres opérations dont nous parlerons dans la ſuite.

Remarque.

120. Lorſqu'il y a des décimales au multiplicande & au multiplicateur, comme dans l'opération que nous venons d'expliquer, la préciſion du produit eſt toujours plus grande que celle de l'un ou l'autre des deux facteurs qui ont donné ce produit. Ici, par exemple, elle va juſqu'aux dix-millièmes d'unité, tandis qu'elle eſt bornée aux centièmes dans le multiplicande & dans le multiplicateur. Or ſi l'on ſe contente d'une ſemblable préciſion relativement au produit, on peut ſupprimer les deux dernières décimales, comme on ſupprimoit, dans l'ancienne méthode, les fractions de denier, après certaines opérations. Mais lorſque la fraction ſurpaſſoit $\frac{1}{2}$, on ajoutoit un denier à la ſomme des unités de denier conte-

nués dans le réſultat. De même, dans les produits obtenus à l'aide de la nouvelle méthode, lorſque la première des décimales ſupprimée ſera 5, & à plus forte raiſon lorſqu'elle ſurpaſſera 5, on ajoutera une unité à la dernière des décimales conſervées. Ainſi, dans l'exemple cité plus haut (119), on pourra effacer les deux dernières décimales, en prenant ſimplement $446,29^{lv.}$ pour produit.

Pareillement, ſi l'on a un produit tel que $35,2357^{lv.}$, on pourra y ſubſtituer le produit ſuivant $35,24^{lv.}$. Il eſt aiſé de concevoir pourquoi, dans les cas ſemblables, on augmente d'une unité la dernière des décimales conſervées; car ſi l'on conſidère qu'ici la troiſième décimale 5 vaut ſeule $\frac{5}{10}$ ou une moitié de l'unité de la décimale précédente 3, il ſera facile d'en conclure que le nombre $35,2357^{lv.}$ approche davantage d'être égal à $35,24^{lv.}$ qu'à $35,23^{lv.}$, & ainſi l'erreur ſera moindre, ſi en ſupprimant les deux décimales 5, 7, on augmente d'une unité la décimale précédente, que ſi on laiſſoit à cette décimale ſa première valeur. Ce que nous venons de dire eſt

encore plus vrai dans le cas où la première des décimales ſupprimées ſurpaſſe 5.

Au contraire, ſi le produit eût été $35^{lv.},2347$, alors comme la ſomme des deux dernières décimales eſt néceſſairement plus petite que $\frac{5}{10}$ ou que la moitié de la décimale précédente, le nombre $35^{lv.},2347$ approche plus de l'égalité avec $35^{lv.},23$ qu'avec $35^{lv.},24$, & en conſéquence, il n'y a aucune compenſation à faire en ſupprimant les deux dernières décimales. Ainſi le produit approché ſera $35^{lv.},23$.

Prenons un autre exemple.

On veut ſavoir ce que coûtent $0^{mt.},37$ d'étoffe, à raiſon de..... $0^{lv.},2$ par mètre.

Produit..... $0^{lv.},074$.

On voit ici que les chiffres ſignificatifs *(a)* du produit n'étant qu'au nombre de deux, tandis que le produit doit avoir trois décimales, il eſt néceſſaire d'ajouter d'abord un zéro avant les

(a) Nous appelons ainſi les chiffres qui ont des valeurs réelles, en quoi ils ſont diſtingués des zéros.

deux

deux décimales 7, 4, pour ſe conformer à la règle, puis un autre zéro avant la virgule, pour faire connoître qu'il n'y a point d'unités ſimples.

3.° *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes, par des nombres qui repréſentent des meſures de longueur pour les ouvrages de conſtruction.*

121. Vous aviez fait conſtruire un certain ouvrage en maçonnerie, à raiſon de tant de livres, de ſous & de deniers, pour la longueur de chaque toiſe, ce qui vous conduiſoit à l'opération ſuivante.

Combien coûtent	39$^{T.}$	5^{Pds}	4$^{P.}$	
à raiſon de.....	22^{ff}	16^{s}	6^{d}	par toiſe ?
	78			
	78			
	19	10^{s}		
	9	15		
	1	19		
		19	6	
	11	8	3	
	7	12	2	
	1	5	4 $\frac{5}{7}$	
Produit.....	910^{ff}	9^{s}	3^{d} $\frac{5}{7}$.	

Après avoir multiplié $22^{\#}$ par 39 ; vous cherchiez le produit de 16^{f} par 39, & pour cela vous décompoſiez 16^{f} en 10^{f}, 5^{f} & 1^{f}. Pour les 10^{f}, vous preniez la moitié de $39^{\#}$; pour les 5^{f}, la moitié de ce dernier produit, & pour l'unité de ſou qui reſtoit, le $\frac{1}{5}$ de ce que vous avoient donné les 5^{f}. Pour multiplier enſuite 6^{d} par 39, vous preniez la moitié du produit par 1^{f}.

De-là vous paſſiez à la multiplication de 5^{p} par le prix de la toiſe, & conſidérant 5 comme compoſé de 3 & de 2, vous preniez la moitié du prix de la toiſe pour 3, & le tiers pour 2. Obſervant enfin que les 4 pouces qui vous reſtoient, valoient $\frac{1}{6}$ de 2 pieds ; vous preniez le $\frac{1}{6}$ du produit que vous veniez d'avoir pour les deux pieds, après quoi vous formiez la ſomme de tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

L'opération eût été plus compoſée, ſi vous aviez eu des lignes au multiplicateur, & le nombre des produits partiels pouvoit s'accroître encore par des variations dans le nombre des pouces, & dans celui des ſous ou des deniers.

122. Comparez avec toute cette complication la ſimplicité de l'opération ſuivante, faite à l'aide de la nouvelle méthode.

EXEMPLE.

On demande ce que coûtent $52,35^{mt.}$ de maçonnerie, à raiſon de..... $34,42^{lv.}$ par mètre.

10470
20940
20940
15705

Produit..... $1801,8870^{lv.}$.

Vous faites la multiplication à l'ordinaire, ſans avoir égard aux virgules; & dans le produit vous ſéparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule & de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande & au multiplicateur.

AUTRE EXEMPLE.

Combien coûtent $2,112^{mt.}$
raiſon de..... $0,42^{lv.}$ le mètre!

4224
8448

$0,88704^{lv.}$.

Dans cet exemple le produit n'ayant que cinq chiffres ſignificatifs, & devant avoir cinq décimales, d'après la règle, vous faites précéder le premier chiffre par un zéro, avec l'interpoſition de la virgule.

4.° *Multiplication des Livres, Décimes & Centimes, par des nombres qui repréſentent des poids.*

123. L'opération que nous choiſiſſons ici, comme un exemple de la méthode de calcul relative aux anciens poids, exige plus de travail que les opérations ordinaires de ce genre, parce que nous y portons la préciſion juſqu'aux grains, & même il ſeroit poſſible de la compliquer encore davantage, ſoit en employant des fractions de grain, ſoit en faiſant varier les nombres qui repréſentent les autres diviſions de la livre, ainſi que ceux qui expriment des ſous & des deniers. Au reſte, notre but eſt de faire remarquer qu'à quelque degré que s'élève la difficulté de ces ſortes d'opérations, celles qui leur ſont analogues dans le nouveau ſyſtème, conſervent toute la ſimplicité

de l'arithmétique élémentaire, & peuvent même conduire, par une marche toujours également facile, à des réſultats qui ne ſeroient qu'hypothétiques par leur extrême préciſion.

Soit donc propoſé d'abord de réſoudre la queſtion ſuivante :

Combien coûteroient 41 liv. 6 onces 5 gros 24 gr. d'une certaine marchandiſe,
à raiſon de..... 19# 18ſ 9d la livre ?

369		
41		
20	10ſ	
8	4	
8	4	
1	0	6d
	10	3
4	19	$8\frac{1}{4}$
2	9	$10\frac{1}{8}$
	12	$5\frac{17}{32}$
	3	$1\frac{49}{128}$
	1	$0\frac{1}{3}$ & $\frac{49}{384}$
Produit.....	825# 14ſ	10d $\frac{3}{4}$.

Après avoir multiplié 19# par 41, vous

partagiez 18^{f} en 10^{f} & 2 fois 4^{f}, & vous preniez pour les 10^{f} la moitié de 41, & pour les 4^{f}, le 5.e du même nombre, que vous répétiez au-deſſous de lui-même. Vous décompoſiez enſuite 9^{d} en 6^{d} & 3^{d}; & comme 6^{d} ſont le $\frac{1}{8}$ de 4^{f}, vous preniez pour ces 6^{d}, la 8.e partie du produit que vous avoient donné les 4^{f}; & pour les 3^{d}, vous preniez la moitié du produit relatif aux 6^{d}.

De-là vous paſſiez aux 6 onces, que vous partagiez en 4 onces & 2 onces; & remarquant que 4 onces valent le $\frac{1}{4}$ de la livre, vous preniez pour ces 4 onces, le $\frac{1}{4}$ de 19$^{\#}$ 18^{f} 9^{d}; & pour les 2 onces, la moitié de ce dernier produit. Vous partagiez enſuite les 5 gros en 4 gros & 1 gros; & comme 4 gros valent $\frac{1}{8}$ de 2 onces, vous preniez pour ces 4 gros, la 8.e partie du produit précédent; & pour le gros qui reſtoit, le $\frac{1}{4}$ de ce que vous avoient donné 4 gros. Enfin, obſervant que 24 grains valent $\frac{1}{3}$ d'un gros, vous preniez pour ces 24 grains, le tiers du produit que vous veniez d'avoir pour un gros. Après quoi il falloit faire l'addition des fractions, dont la ſomme eſt 1^{d} $\frac{3}{4}$; & à ce terme vous n'aviez

plus qu'une addition ordinaire, dont le réſultat vous donnoit le produit total.

On pouvoit varier la méthode de faire ces ſortes d'opérations, ſuivant les différentes manières dont on décompoſoit les parties fractionnaires des deux facteurs. Il falloit de l'habitude pour ſaiſir l'eſpèce de décompoſition la plus ſimple, & éviter les faux produits, en profitant des produits réels déjà obtenus relativement aux quantités d'un ordre ſupérieur, pour prendre ſur ces produits une partie proportionnelle à ce qu'on cherchoit.

124. Donnons maintenant un exemple d'une opération du même genre priſe dans le nouveau ſyſtème.

EXEMPLE.

On demande ce que coûtent $^{gv.}9,3456$,
à raiſon de..... $^{lv.}27,63$ par grave.

280368
560736
654192
186912

Produit..... $^{lv.}258,218928$.

Vous multipliez à l'ordinaire, ſans faire attention aux virgules, & dans le produit, vous ſéparez autant de chiffres ſur la droite, à l'aide de la virgule & du mot indicateur, qu'il y a de décimales au multiplicande & au multiplicateur, c'eſt-à-dire que dans le cas préſent vous en ſéparez ſix.

Comme le produit exprime des diviſions de la livre fort inférieures à celles qui entrent dans le ſyſtème monétaire, s'il n'y a aucune raiſon particulière de conſerver ces diviſions, on pourra ſe borner à deux décimales, en augmentant la ſeconde d'une unité (120), parce que la ſuivante ſurpaſſe 5, & ainſi le produit ſera 25 $\overset{lv.}{8}$,22.

AUTRE EXEMPLE.

Combien coûteront $\overset{gv.}{0}$,025
à raiſon de..... $\overset{lv.}{3}$,4 par grave?

100
75

Produit..... $\overset{lv.}{0}$,0850

Comme l'on n'avoit d'abord au produit que les trois chiffres 850, tandis qu'il faut à ce produit 4 décimales, d'après la règle, on ajoute d'abord un zéro avant le 8, en le faiſant précéder de la virgule, puis un ſecond du même côté, pour exprimer qu'il n'y a point d'unités de livre. On peut enſuite ſupprimer le dernier zéro du produit (93), en écrivant ſimplement $^{lv.}0{,}085$.

AUTRE EXEMPLE.

Combien coûtent $35^{br.}\,7^{d.br.}\,4^{c.br.}\,9^{gv.}$ ou $^{br.}35{,}749$

à raiſon de ..... $^{lv.\ dm.\ cm.}8\,5{,}0\ \ 5$ ou de $^{lv.}85{,}05$ par bar!

178745
1787450
285992

$^{lv.}3040{,}45245.$

Ou plus ſimplement, $^{lv.}3540{,}45$. *Voyez* (120).

5°. *Uſages de la Multiplication, relatifs à la meſure des ſurfaces.*

125. La méthode que l'on employoit pour évaluer les ſurfaces en toiſes carrées & en

parties de la toiſe carrée, conſiſtoit à diviſer & à ſousdiviſer la toiſe carrée, qui dans ce cas prenoit le nom de toiſe-toiſe, en rectangles qui avoient tous une toiſe de hauteur, & dont les largeurs étoient égales ſucceſſivement à un pied, un pouce, une ligne, un point, c'eſt-à-dire $\frac{1}{12}$ de ligne, &c. On appeloit en conſéquence ces ſousdiviſions toiſes-pieds toiſes-pouces, toiſes-lignes, toiſes-points, &c. Pour meſurer, d'après cette méthode, un rectangle dont la baſe & la hauteur étoient ſousdiviſées chacune en un certain nombre de toiſes, de pieds, de pouces, &c., on choiſiſſoit à volonté pour multiplicande, l'une de ces deux dimenſions, par exemple la baſe; & en multipliant la ſomme des diviſions de cette baſe par la ſomme des diviſions de la hauteur, on avoit un produit dont les différentes parties exprimoient des toiſes-toiſes, ou des toiſes-pieds, ou des toiſes-pouces, &c., ſuivant qu'elles provenoient de la multiplication des toiſes, des pieds, des pouces, &c. du multiplicande par le multiplicateur.

126. Voici un exemple de cette manière d'opérer.

On demande à combien de toiſes carrées, de toiſes-pieds, de toiſes-pouces, &c. eſt égale la ſurface d'un rectangle dans lequel la baſe eſt de 25 toiſes 3 pieds 5 pouces, ou ..... $25^{T.}\ 3\ 5^{P.}$
& la hauteur de 33 toiſes, 4 pieds 6 pouces, ou.... $33^{T.}\ 4^{P.}\ 6^{P.}$

75				
75				
16	3			
1	5			
	2	9		
8	3	1	8	
8	3	1	8	
2	0	9	5	
$862^{TT.}$	$5^{TP.}$	$9^{Tp.}$	$9^{Tl.}$	

Pour faire cette opération, ayant d'abord multiplié $25^{T.}$ par 33, vous preniez pour les $3^{P.}$ du multiplicande la moitié de la ſomme 33 des unités du multiplicateur ; puis pour les 5 pouces ſuivans que vous décompoſiez en $4^{P.}$ & $1^{P.}$, d'abord $\frac{1}{9}$ de ce que vous aviez eu pour $3^{P.}$ & enſuite $\frac{1}{4}$ de ce dernier produit. Paſſant de-là aux $4^{P.}$ du multiplicateur, que

vous décompoſiez en deux fois deux pieds vous preniez le tiers de $25^{T.}\ 3^{P.}\ 5^{P.}$ que vous répétiez au-deſſous de lui-même. Enfin pour les ſix pouces qui reſtoient dans le multiplicateur, vous preniez un $\frac{1}{8}$ de ce que vous aviez eu pour 4 pieds. Vous additionniez tous les produits partiels, comme s'ils n'euſſent exprimé que des toiſes, des pieds, des pouces, &c. linéaires; mais dans le produit vous écriviez T T, c'eſt-à-dire toiſe-toiſe, au lieu de T; T P, c'eſt-à-dire toiſe-pied, au lieu de P; T P au lieu de P, &c.

127. La méthode deſtinée à remplacer la précédente dans le nouveau ſyſtème, conſiſte à mettre le produit des deux dimenſions du rectangle que l'on veut meſurer, ſous une forme qui repréſente des mètres carrés & des parties décimales de mètre carré. Donnons d'abord une idée de ces parties décimales.

Soit *abcd* (*fig. 2.*) un mètre carré. Diviſons deux des côtés oppoſés, tels que *ab*, *cd*, chacun en dix parties égales, & par les points de diviſion, menons d'un côté à l'autre les lignes *ng*, *op*, *rs*, &c. Il eſt évident que

chaque rectangle étroit *angd*, *nopg*, &c. compris entre deux lignes voiſines, ſera un dixième de mètre carré.

Si nous continuons la diviſion d'après le même rapport, en ſousdiviſant chaque petit côté *an. dg*, *on. pg*, &c. en dix parties égales, & en faiſant paſſer de nouvelles lignes par les points de diviſion, chaque rectangle égal à un dixième de mètre carré ſe trouvera ſousdiviſé en 10 autres rectangles plus étroits, dont chacun ſera un centième de mètre carré; & en pouſſant plus loin la diviſion, toujours d'après le même rapport, nous aurons de nouveaux rectangles toujours dix fois plus étroits & en même temps dix fois plus petits, qui ſeront ſucceſſivement des millièmes, des dix-millièmes, &c. de mètre carré.

128. On peut ſuppoſer que les petits rectangles égaux aux parties décimales du mètre carré ayent des dimenſions différentes de celles que nous leur attribuons ici, de manière que la ſurface reſte la même. Par exemple, ſi au lieu du rectangle *angd*, on en conçoit un autre *alph* (*fig. 3.*), dont le côté *ah* ſoit la

moitié de *ad (fig. 2.)*, & le côté *al (fig. 3.* au contraire double de *au (fig. 2.)*, il eſt évident, d'après la ſeule inſpection des deux figures, que la ſurface de ce ſecond rectangle ſera un dixième de mètre carré, comme celle du premier. Effectivement le côté *al (fig. 3.)* étant égal à deux décimètres, ou $\overset{mt.}{0,2}$, & le côté *ah* à $5^{\text{décimètres}}$ ou $\overset{mt.}{0,5}$, ſi l'on multiplie $\overset{mt.}{0,2}$ par la fraction 0,5, on aura pour produit $\overset{mt.q.}{0,10}$, ou $\overset{mt.q.}{0,1}$.

129. Parmi les mêmes parties décimales du mètre carré, il y en a pluſieurs qui peuvent être auſſi ramenées à la figure d'un carré, dont le côté ſeroit égal à l'une des diviſions du mètre linéaire, telles que le décimètre, le centimètre, &c. Pour concevoir que cela doit être, ſuppoſons chaque côté du mètre carré ſousdiviſé en 10 décimètres. Le produit de ce nombre 10 par lui-même fera connoître que le mètre carré renferme cent petits carrés, dont chacun auroit un décimètre pour côté. Par conſéquent, le rectangle qui eſt égal à un centième de mètre carré, eſt auſſi égal au décimètre carré. On trouvera de même que

le rectangle qui donne un dix-millième de mètre carré, eſt égal au centimètre carré; que celui qui donne un millionième de mètre, carré eſt égal au millimètre carré, &c.

130. Il réſulte de ce qui vient d'être dit, qu'il faut bien ſe garder de confondre, par exemple, 5 dixièmes de mètre carré avec cinq décimètres carrés, ou bien avec un carré dont le côté ſeroit égal à cinq décimètres.

Pour mieux ſaiſir la différence, concevons que le rectangle *mnpr (fig. 5.)* égal à $\frac{1}{10}$ de mètre carré, ſoit adjacent à quatre autres rectangles égaux, de manière que l'enſemble *mhor* forme $\frac{5}{10}$ de mètre carré. Le rectangle *mnpr* ayant pour baſe *pr* un décimètre, & pour hauteur *mr* une ligne égale à 10 décimètres, on voit que ſa ſurface équivaut à 10 décimètres carrés; & par conſéquent $\frac{5}{10}$ de mètre carré ſont égaux à 5 fois 10 décimètres carrés, ou à cinquante décimètres carrés, quantité dix fois plus grande que 5 décimètres carrés, qui ſont la valeur du petit rectangle *rszp*.

D'une autre part, ſi l'on conſidère le carré

stor, qui a pour côté la ligne *rs* égale à cinq décimètres, il eſt évident que la ſurface de ce carré eſt compoſée de 25 décimètres carrés, & par conſéquent elle ne vaut que la moitié de $\frac{5}{10}$ de mètre carré.

131. Propoſons-nous d'abord la queſtion ſuivante :

EXEMPLE.

Trouver la ſurface d'un rectangle dont la baſe égale..... 4 mètres 2 décimètres, ou 4,2 mt.
& la hauteur..... 5 mètres 3 décimètres, ou 5,3 mt.

126
210

Surface..... 22,26 mt.q.

Pour parvenir à ce réſultat, vous multipliez d'abord à l'ordinaire, ſans faire attention aux virgules, & dans le produit qui exprime la ſurface, vous ſéparez vers la droite autant de décimales, à l'aide de la virgule & de l'indication du mètre carré, qu'il y en a au multiplicande & au multiplicateur, c'eſt-à-dire, que dans le cas préſent vous en ſéparez deux.

Pour

Pour rendre ce réſultat ſenſible, concevons que *apoz* (*fig. 4.*) repréſente le rectangle dont il s'agit. Diviſons la baſe *op* en quatre mètres, *om*, *mk*, *kl*, *ls*, & le reſte *sp* en deux décimètres *sn*, *np*. Diviſons d'une autre part la hauteur *ap* en cinq mètres, depuis *a* juſqu'en *h*, & le reſte *hp* en 3 décimètres; puis par tous les points de diviſion faiſons paſſer des lignes droites. Nous pourrons conſidérer le rectangle comme compoſé de 4 autres rectangles plus petits; ſavoir *crtz*, *acrh*, *tosr*, & *hrsp*.

Le premier rectangle *crtz* ayant ſa baſe *rt* de 4 mètres & ſa hauteur *cr* de 5 mètres, ſa ſurface ſera égale à 5 fois 4 mètres carrés, ou à $20^{\text{mt.q.}}$. Le ſecond rectangle *acrh* ayant ſa baſe *ah* de 5 mètres, & ſa hauteur *hr* de 2 dixièmes de mètre, ſa ſurface ſera 2 dixièmes de 5 mètres carrés, ou $5^{\text{mt.q.}}$ multipliés par 0,2, ce qui donne pour produit $1^{\text{mt.q.}}$. Le troiſième rectangle *tosr* ayant ſa baſe *os* de 4 mètres & ſa hauteur *ot* de 3 dixièmes de mètre, ſa ſurface ſera trois dixièmes de 4 mètres carrés, ou $4^{\text{mt.q.}}$ multipliés par 0,3, ce qui donne $1,2^{\text{mt.q.}}$. Enfin

le quatrième rectangle *hrsp* ayant sa base *ps* de 2 dixièmes de mètre, & sa hauteur *ph* de 3 dixièmes de mètre, sa surface sera $\overset{mt.q.}{0,2}$ multiplié par 0,3, ce qui donne $\overset{mt.q.}{0,06}$.

Additionnons les quatre valeurs que nous venons de trouver.

$20^{mt.q.}$
1
1,2
0,06

Total..... $\overset{mt.q.}{22,26}$, comme ci-dessus.

132. On peut remarquer que les six centièmes de mètre carré qu'exprime la dernière décimale du produit, considérés dans le petit rectangle *hrsp*, se présentent sous la figure de 6 décimètres carrés, qui en sont l'équivalent, d'après ce qui a été dit plus haut (129). Nous avons cru ce développement utile pour mieux faire concevoir la manière dont les différentes portions d'un rectangle concourent, par leur assortiment, à produire la somme de mètres carrés & de parties décimales du mètre carré qu'exprime le produit.

AUTRE EXEMPLE.

Propoſons-nous pour ſecond exemple l'évaluation de la ſurface d'un rectangle,

Dont la baſe eſt égale à	mt. 21,34	
& la hauteur à	mt 7,25	
	10670	
	4268	
	14938	
Produit.....	mt.q 154,7150.	

AUTRE EXEMPLE.

Concevons, en troiſième lieu, que chacune des deux dimenſions du rectangle dont on cherche la ſurface, ſoit plus petite que le mètre, en ſorte que

L'une égale.....	mt. 0,113	
& l'autre.....	mt. 0,64	
	452	
	678	
Produit.....	mt. 0,07232.	

Ici le nombre des chiffres ſignificatifs trouvés

au produit, étant inférieur d'une unité au nombre 5 des décimales que doit avoir ce produit, il a fallu placer un zéro entre le 7 & la virgule, puis un ſecond avant la virgule, pour exprimer qu'il n'y a point d'unités de mètre carré.

133. Suppoſons maintenant que l'on voulût avoir la ſurface du même rectangle évaluée en décimètres carrés & en parties décimales du décimètre carré. Dans ce cas, on poſeroit l'opération comme il ſuit :

	d.mt. 1,13
	d.mt. 6,4
	452
	678
Produit.....	d.mt.q. 7,232.

6.° Uſage de la Multiplication pour la meſure des ſolidités.

134. L'analogie qui exiſte entre la manière de meſurer les ſurfaces & celle de meſurer les

ſolides, rend cette dernière facile à concevoir, lorſque l'autre a été bien ſaiſie : car le ſolide n'étant autre choſe qu'un corps étendu en longueur, largeur & profondeur, la conſidération de cette eſpèce de corps renferme tout ce qui a rapport aux ſurfaces, qui ſont des eſpaces étendus en longueur & largeur, en ajoutant une nouvelle dimenſion, qui eſt la hauteur.

135. Dans la méthode dont on faiſoit uſage pour évaluer les ſolidités en toiſes cubes & en parties de la toiſe cube, on concevoit la toiſe cube comme étant diviſée & ſousdiviſée en parallélipipèdes rectangles, dont deux faces oppoſées, que l'on prenoit pour baſes, étoient toujours des toiſes carrées, & dont les hauteurs étoient ſucceſſivement égales à un pied, à un pouce, à une ligne, à un point ou $\frac{1}{12}$ de ligne, &c.; on donnoit en conſéquence à ces différens parallélipipèdes les noms de toiſe-toiſe-pied, toiſe-toiſe-pouce, toiſe-toiſe-ligne, toiſe-toiſe-point, &c. Pour évaluer la ſolidité d'un parallélipipède rectangle, on choiſiſſoit à volonté l'une des faces que l'on

conſidéroit comme baſe, & l'on cherchoit d'abord la ſurface de cette baſe, exprimée en toiſes-toiſes, toiſes-pieds, toiſes-pouces, &c., d'après la méthode qui a été expoſée plus haut (129). On multiplioit enſuite le produit par la ſomme des diviſions de la hauteur du parallélipipède, & l'on avoit un produit final, dont les différentes parties exprimoient des toiſes cubes, des toiſes-toiſes-pieds, des toiſes-toiſes-pouces, &c., ſuivant qu'elles provenoient de la multiplication des toiſes carrées, ou des toiſes-pieds, ou des toiſes-pouces, &c. du premier produit, par les parties de la hauteur qui repréſentoient des toiſes ſimples, ou des pieds, ou des pouces, &c. On ſait combien cette néceſſité de reprendre l'une après l'autre toutes les quantités fractionnaires du premier produit, qui avoient déjà exigé beaucoup de travail, pour arriver au produit final, en repaſſant par les mêmes difficultés, rendoit les opérations longues & faſtidieuſes. Nous nous bornerons à expoſer le tableau d'une de ces opérations.

136. On demande la ſolidité d'un paral-

lélipipède rectangle, dont un des côtés de la baſe eſt

de.....	$3^{T.}$	$5^{P.}$	$4^{p.}$	
l'autre côté de..	5	2	6	
	$15^{TT.}$	$0^{TP.}$	$0^{Tp.}$	$0^{Tl.}$
	2	3		
	1	4		
	0	1	8	
	1	1	9	4
	0	1	11	4

Ce qui donne pour la ſurface de la baſe. $21^{TT.}\ 0^{TP.}\ 4^{Tp.}\ 8^{Tl.}$

& la hauteur de... $4^{T.}\ 3^{P.}\ 9^{p.}$

	$84^{TTT.}$	$0^{TTP.}$	$0^{TTp.}$	$0^{TTl.}$	$0^{TTp'.}$
	0	1	4		
	0	0	2	8	
	10	3	2	4	
	1	4	6	4	8
		5	3	2	4

Ce qui donne pour la ſolidité..... $97^{TTT.}\ 2^{TTP.}\ 6^{TTp.}\ 7^{TTl.}$

137. Pour appliquer la nouvelle méthode

aux queſtions de ce genre, on conſidère le mètre cubique comme ſousdiviſé en dixièmes, en centièmes, en millièmes, &c., d'une manière analogue à celle qui a lieu pour les ſousdiviſions du mètre carré (127), & le produit qui donne la ſolidité repréſente des mètres cubiques, avec des parties décimales du mètre cubique.

Soit *fmcd (fig. 6.)* un mètre cubique. Suppoſons que la baſe *abcd* ſoit diviſée en dix dixièmes de mètre carré, comme on le voit *fig. 2*, & que le rectangle *adgn (fig. 6)* repréſente un de ces dixièmes. Si nous faiſons paſſer par la ligne *gn* un plan *gnlu*, qui ſoit parallèle au carré *dafh*, ce plan interceptera un parallélipipède, dont deux faces oppoſées *gnlu*, *dafh*, que nous pouvons prendre pour baſes, ſeront des carrés, & la hauteur *dg* un décimètre; & il eſt évident que ce parallélipipède ſera égal à $\frac{1}{10}$ de mètre cubique.

Si nous pourſuivons la diviſion de la baſe ſuivant le même rapport, en ſousdiviſant chaque dixième de mètre carré, tel que *adgn*;

en dix parties, qui ſeront des centièmes de mètre carré ; & ſi par les lignes de diviſion, nous faiſons paſſer de nouveaux plans toujours parallèles au carré *dafh*, chaque tranche égale à $\frac{1}{10}$ de mètre cubique, ſe trouvera ſous-diviſée en dix autres tranches, dont chacune ſera $\frac{1}{100}$ de mètre cubique ; & en pouſſant plus loin la diviſion, toujours d'après le même rapport, on aura de nouvelles tranches toujours dix fois plus petites, qui ſeront ſucceſſivement des millièmes, des dix-millièmes, &c. de mètre cubique. Toutes ces tranches auront deux de leurs faces oppoſées égales à un mètre carré, & leurs épaiſſeurs ſeront ſucceſſivement égales à un décimètre, à un centimètre, à un milſimètre, &c.

138. Il ſuit de-là que ſi l'on ſuppoſe un parallélipipède rectangle, dont la baſe ſoit le rectangle *apoz* (*fig. 4.*), & dont la hauteur ſoit égale au mètre, on aura la ſolidité de ce parallélipipède, en multipliant le nombre 22,26 qui nous a donné l'expreſſion de la baſe (129), par l'unité qui repréſente la

hauteur, & ainſi la ſolidité ſera $22,26^{mt.c.}$, ou 22 mètres cubiques 2 dixièmes & 6 centièmes de mètre cubique. On pourra appliquer à l'aſſortiment des mètres cubiques & des portions du mètre cubique, dont le parallélipipède eſt l'aſſemblage, ce que nous avons dit (131) des mètres carrés & des parties décimales de mètre carré qui compoſent la baſe rectangle du ſolide, & concevoir comment de toutes ces parties le calcul forme des ſommes qui, en paſſant dans le produit, ſe trouvent réduites à leur plus ſimple expreſſion.

139. Obſervons auſſi que parmi les parties décimales du mètre cubique, pluſieurs ſont ſuſceptibles d'être ramenées à la forme d'un cube qui auroit pour côté l'une des parties décimales du mètre linéaire. Car ſi l'on ſuppoſe chaque côté du mètre cubique ſousdiviſé en dix décimètres, on trouvera, en multipliant le nombre 10 deux fois par lui-même, que le mètre cubique eſt compoſé de mille décimètres cubiques, & par conſéquent le

parallélipipède égal à un millième de mètre cubique, eſt en même-temps égal au décimètre cubique. On trouvera, par un calcul analogue, que le parallélipipède égal à un millionième de mètre cubique, eſt auſſi égal au centimètre cubique.

140. On voit par-là que l'on doit bien ſe garder de confondre, par exemple, cette expreſſion $0,3^{\text{mt.c.}}$, c'eſt-à-dire, trois dixièmes de mètre cubique, avec celle-ci $3^{\text{d.mt.c.}}$, c'eſt-à-dire, trois décimètres cubiques, qui ne valent que trois millièmes de mètre cubique. Il y a encore une grande différence entre trois décimètres cubiques & un cube dont le côté ſeroit égal à trois décimètres. Car en multipliant le nombre 3 deux fois par lui-même, on auroit pour la ſolidité de ce cube 27 décimètres cubiques, quantité neuf fois plus grande que 3 décimètres cubiques.

141. Donnons encore un exemple de l'évaluation des ſolidités dans le nouveau ſyſtème.

EXEMPLE.

On a meſuré les trois dimenſions d'un

maſſif de maçonnerie dont on veut connoître la ſolidité.

L'un des côtés de la baſe eſt de.... mt. 4,35
L'autre côté eſt de..... mt. 2,17

3045
435
870

Ce qui donne pour la ſurface de la baſe mt. 94,395
La hauteur eſt de..... mt. 3,28

755160
188790
283185

Ce qui donne pour la ſolidité.. mt.c. 309,61560.

Ou plus ſimplement..... mt.c. 309,616,
en ſe bornant aux millièmes de mètre cubique (120).

On voit par-là qu'au moyen de la nouvelle méthode, tout ſe réduit à deux multiplications ordinaires.

7.° *Méthode pour abréger, dans certains cas, la multiplication.*

142. Dans les multiplications où les deux facteurs ſont compoſés d'un nombre entier avec

des décimales, on peut diſtinguer trois ſortes de produits partiels d'un chiffre par l'autre, ſuivant que ces chiffres ſont tous deux des nombres entiers, ou que l'un eſt un nombre entier & l'autre une décimale, ou enfin que tous les deux ſont des décimales.

143. Dans le premier cas où les deux chiffres ſont des nombres entiers, il eſt évident que le produit eſt toujours lui-même un nombre entier.

144. Lorſque l'un des deux chiffres eſt un nombre entier & l'autre une décimale, le produit eſt toujours du même ordre que la décimale, c'eſt-à-dire, que ſi cette décimale exprime des centièmes, le produit ramené aux unités de la plus petite eſpèce, exprimera pareillement des centièmes. Par exemple, en multipliant 9 centièmes par 3, on aura au produit 27 centièmes.

145. Mais ſi les deux chiffres ſont l'un & l'autre des décimales, alors le produit ramené aux unités de la plus petite eſpèce ſera d'un ordre inférieur à celui de l'une & l'autre

des décimales qui ont donné ce produit. Par exemple, ſi l'on multiplie des dixièmes par des dixièmes, le produit exprimera des centièmes. Si l'une des décimales repréſente des centièmes & l'autre des millièmes, le produit ſera compoſé de cent-millièmes.

146. Il ſuit de-là qu'en multipliant l'un par l'autre deux facteurs, dont les dernières décimales expriment déjà de très-petites ſous-diviſions de l'unité principale, on a un produit total dont la préciſion peut excéder de beaucoup celle qui ſuffit à l'objet qu'on ſe propoſe; en ſorte que les dernières décimales doivent être négligées comme ſuperflues. Nous avons déjà indiqué (120) la ſuppreſſion de ces décimales, avec la condition d'augmenter d'une unité la dernière des décimales conſervées, lorſque la première de celles que l'on ſupprime eſt 5, ou un nombre ſupérieur à 5. Mais nous ſuppoſions en même temps que la multiplication eût été faite en entier, & il peut être utile, ſur-tout lorſqu'il y a beaucoup de décimales au multiplicande & au mulipli-cateur, d'avoir une méthode abrégée qui limite

le produit au nombre de décimales qu'on déſire. Voici de quelle manière on peut s'y prendre dans ces ſortes de cas.

147. Soit propoſé de multiplier 35,74965 par 28,7389. Si l'on faiſoit l'opération en entier, on auroit pour produit le nombre 1027,405616385, qui a neuf décimales. Suppoſons que l'on ne veuille pouſſer l'approximation que juſqu'à trois décimales. Pour plus grande ſûreté, on prendra encore deux décimales par ſurcroît, & ainſi nous conviendrons de donner cinq décimales au produit, ſauf enſuite à négliger les deux dernières.

```
                .....
          35,74965
           28,7389
          --------
             3213
            28592
           107247
          2502472
         28599720
          7149930
          --------
Produit.... 1027,40544.
          ========
```

J'écris d'abord le multiplicande & le

multiplicateur l'un au-deſſous de l'autre, à l'ordinaire. Conſidérant enſuite que la préciſion donnée par cinq décimales eſt celle des cent-millièmes, & que la dernière décimale 9 du multiplicateur exprime des dix-millièmes, qui n'ont beſoin que d'être multipliés par des dixièmes pour produire des cent-millièmes ; j'en conclus que pour borner le produit à ce degré de préciſion, je dois commencer l'opération, en multipliant par la dernière décimale 9 du multiplicateur, la première décimale 7 du multiplicande qui exprime des dixièmes. Je mets un point ſur cette décimale, puis je la multiplie par 9, comme il vient d'être dit, & j'écris le ſecond chiffre 3 du produit ſous le dernier chiffre du multiplicateur. Je continue de multiplier de droite à gauche, comme ſi le multiplicande n'étoit compoſé que du nombre 357.

Je paſſe à la décimale précédente 8 du multiplicateur, & faiſant attention que cette décimale exprime des millièmes qui, multipliés par des centièmes, donneront encore des cent-millièmes, je vois que je dois prendre au multiplicande la ſeconde décimale 4 qui exprime

exprime des centièmes. Je marque auſſi cette décimale d'un point, & j'opère comme ſi le multiplicande étoit compoſé du nombre 3574, en faiſant correſpondre pareillement le dernier chiffre 2 de ce nouveau produit avec le dernier chiffre 4 du produit précédent.

Je pourſuis l'opération de la même manière, en prenant un chiffre de plus au multiplicande, à meſure que je change de chiffre dans le multiplicateur, & en plaçant ſur la même colonne tous les chiffres qui terminent les produits. Je multiplie ainſi ſucceſſivement les millièmes du multiplicande par les centièmes du multiplicateur, les dix-millièmes par les dixièmes, & les cent-millièmes par les unités, ce qui donne dans tous les cas un produit dont la plus petite unité eſt un cent-millième.

Lorſque j'ai ainſi épuiſé tous les chiffres du multiplicande, je vois qu'il reſte au multiplicateur un chiffre qui n'a point encore ſervi, ſavoir le premier chiffre 2 qui exprime des dixaines. Alors je recule d'un rang vers la gauche le produit du multiplicande par ce chiffre, & je vois que cela doit être ainſi, puiſque le dernier chiffre du multiplicande

exprimant des cent-millièmes, ſon produit par les dixaines 2 du multiplicateur donnera des dix-millièmes, qui ſont des unités d'un ordre immédiatement ſupérieur à celles des autres produits.

Ayant additionné tous les produits partiels, je ſépare dans le produit total qui en réſulte, cinq chiffres vers la droite, au moyen de la virgule. J'efface enſuite les deux dernières décimales, & j'ai pour le produit cherché 1027,405, qui s'accorde avec la partie correſpondante du produit obtenu par la diviſion faite en entier.

L'expoſé que nous venons de faire de cette manière d'opérer, en renferme la démonſtration, puiſqu'il eſt viſible que par ce moyen tous les facteurs ſuſceptibles de donner des cent-millièmes au produit de l'opération faite en entier, ſont employés, & qu'on ne rejette que ceux qui donneroient des quantités plus petites qu'un cent-millième.

Quant aux décimales de ſurcroît que l'on ſupprime enſuite pour n'avoir que la préciſion des millièmes, elles ſervent à prévenir les erreurs qu'occaſionneroit, dans les colonnes qui répondent aux trois décimales conſervées,

l'omiſſion des unités d'un ordre ſupérieur que l'on retient pour les porter à la colonne précédente, lorſque l'on additionne les produits partiels.

148. On peut déduire de ce que nous avons dit, les règles ſuivantes, relatives à toutes les opérations de ce genre. Ayant écrit les deux facteurs l'un ſous l'autre, cherchez combien de décimales auroit le produit, ſi l'opération étoit faite en entier. Ici, par exemple, il en auroit neuf. Comptez 9 ſur le dernier chiffre 5 du multiplicande, 8 ſur le précédent, & ainſi de ſuite en rétrogadant, & en diminuant toujours d'une unité, juſqu'à ce que vous ſoyez arrivé à un nombre égal à celui des décimales que vous voulez avoir au produit de l'opération abrégée. Dans le cas préſent, ce nombre eſt 5, & il répond à la première décimale 7 du multiplicande. Vous en conclurez que la multiplication par le dernier chiffre du multiplicateur, doit commencer à ce 7. Multipliez enſuite à l'ordinaire, en allant de droite à gauche, & en prenant un chiffre de plus à droite dans le multiplicande, à meſure

que vous changez de chiffre au multiplicateur. Faites correſpondre tous les derniers chiffres des produits partiels ſur une même colonne, & ſi après que vous aurez employé tous les chiffres du multiplicande, il en reſte au multiplicateur qui n'ayent pas encore ſervi, vous continuerez l'opération, en reculant les produits partiels d'un rang vers la gauche, comme dans le cas ordinaire.

Si la première décimale de ſurcroît eſt 5, ou ſurpaſſe 5, on augmentera d'une unité la dernière des décimales conſervées (120). Le produit en eſt ordinairement plus exact.

149. Si l'on ne prenoit qu'une décimale de ſurcroît, on auroit, dans nombre de cas, une préciſion égale à celle que l'on obtient à l'aide de deux décimales de ſurcroît. Mais dans d'autres cas, le produit borné aux décimales conſervées ſeroit en erreur d'une ou deux unités de la dernière de ces décimales. Le choix d'une ou deux décimales de ſurcroît dépendra de l'influence que pourroit avoir la petite erreur dont nous venons de parler.

150. Lorſque le nombre des décimales du

multiplicande ſurpaſſe de beaucoup celui des décimales du multiplicateur, il eſt poſſible que quelques-uns des derniers chiffres du multiplicande reſtent de côté ſans être employés, comme dans l'exemple ſuivant.

On propoſe de multiplier 43,625987

par . . . . 28,635 avec la préciſion des centièmes.

2180
13086
261750
3490072
8725196

1249,2284 ou 1249,23.

En prenant même deux décimales de ſurcroît, ce qui fait quatre en tout, on trouve qu'après avoir employé tous les chiffres du multiplicateur, il reſte au multiplicande un dernier chiffre 7 qui eſt ſans uſage. On regarde ce chiffre comme nul, relativement au réſultat cherché.

V. DE LA DIVISION.

151. DE toutes les opérations de l'arithmétique, la diviſion eſt celle qui devra le plus

à l'adoption du rapport décimal dans le ſyſtême des nouvelles meſures. Les avantages de ce rapport ſont d'abord ſenſibles, même dans les diviſions des nombres ſimples, qui ne peuvent ſe faire exactement, en ce qu'il obvie à l'inconvénient qui réſulte des reſtes fractionnaires que laiſſent ces diviſions. Mais de plus on ſait que quand le dividende & le diviſeur étoient l'un & l'autre un nombre complexe, on ne pouvoit ſe diſpenſer de faire des réductions des unités principales à leurs plus petites eſpèces, en ſorte que l'opération compliquée de toutes ces opérations partielles ne conduiſoit que lentement & d'une manière pénible au réſultat final; & comme on pouvoit craindre qu'il ne fût échappé quelqu'inadvertence qui eût rendu ce réſultat fautif, on n'avoit d'autre moyen pour le vérifier, qu'une opération ſouvent encore plus longue & plus embarraſſante.

On verra combien la méthode fondée ſur le rapport décimal gagne encore ici à la comparaiſon. Mais nous allons auparavant établir un ou deux principes qui offriront de nouvelles facilités pour les opérations.

152. Supposons que l'on ait $\overset{\text{liv.}}{3,245}$ à diviser par 5,42, cette dernière quantité pouvant exprimer indifféremment des mètres, des graves, ou tout ce qu'on voudra. Si l'on recule dans l'un & l'autre nombre la virgule de deux rangs vers la droite, on la fera disparoître du diviseur, c'est-à-dire, que les deux nombres deviendront $\overset{\text{liv.}}{324,5}$ & 542; & de plus, comme on n'a fait autre chose, par ce déplacement de la virgule (91), que multiplier chaque nombre par cent, il est clair que le rapport entre ces nombres ne sera point changé; en sorte que l'on aura toujours le même quotient, puisque le premier nombre contient encore le second autant de fois que sa centième partie contenoit celle du second.

Nous adopterons dans la suite cette manière de poser une division, en faisant disparoître la virgule du diviseur.

153. Mais il peut arriver qu'il y ait moins de décimales au dividende qu'au diviseur; par exemple, que l'on ait $\overset{\text{liv.}}{1179,5}$ à diviser par 3,37. Dans ce cas, on ajoutera à la

ſuite du dividende autant de zéros qu'il ſera néceſſaire pour qu'il ait le même nombre de décimales que le diviſeur, c'eſt-à-dire, que dans le cas préſent on prendra pour dividende 1179,50, ce qui permet de ſupprimer enſuite la virgule dans l'un & l'autre. Ainſi on opérera comme ſi l'on avoit à diviſer 117950 par 337. En général, on fera toujours en ſorte que le diviſeur ſoit ſans décimales, parce que l'opération en eſt plus ſimple.

1.° *Diviſion d'un nombre d'unités de livres par un nombre compoſé d'unités quelconques.*

154. Vous aviez à diviſer une ſomme de 391^{tt} par 21, opération qui peut s'appliquer à différentes queſtions particulières telles que les ſuivantes ;

Combien une ſomme de 391^{tt} à dépenſer en 21 jours, par parties égales, donnera-t-elle pour la dépenſe de chaque jour ?

Ou 21 aunes ayant coûté 391^{tt}, à combien revient l'aune ?

Ou combien aura-t-on d'aunes pour 391^{tt} à raiſon de 21^{tt} par aune ? &c.

Pour réſoudre la queſtion, vous faiſiez d'abord l'opération ſuivante.

$$\begin{array}{r|l} 391 & 21 \\ \hline 181 & 18 \\ 13 & \end{array}$$

Le réſultat fait connoître que 391$^{\#}$ à dépenſer, par exemple, en 21 jours, donnent 18$^{\#}$ par jour, avec un reſte 13$^{\#}$. Au lieu d'indiquer ſimplement la diviſion de ce reſte par le diviſeur 21, de cette manière $\frac{13}{21}$, vous réduiſiez les 13$^{\#}$ en ſous, ce qui faiſoit 260^{s} à diviſer encore par 21.

$$\begin{array}{r|l} 260 & 21 \\ \hline 50 & 12 \\ 8 & \end{array}$$

Vous trouviez au quotient 12^{s}, avec un nouveau reſte 8^{s} égal à 96^{d} qu'il falloit encore diviſer par 21. Le quotient étoit 4, avec un dernier reſte 12, dont vous ne pouviez plus qu'indiquer la diviſion par 21, en écrivant à côté du quotient déjà trouvé $\frac{12}{21}$ ou $\frac{4}{7}$, & ainſi la totalité du quotient étoit 18$^{\#}$ 12^{s} 4^{d} $\frac{4}{7}$.

Vous aviez donc deux réductions & trois diviſions à faire pour arriver à un réſultat compoſé de quatre quantités détachées les

unes des autres, & dont les rapports varioient d'une quantité à l'autre.

Vous auriez pu auſſi réduire d'abord tout le dividende en deniers, ce qui vous auroit donné 93840^{d} à diviſer par 21. Vous auriez trouvé au quotient 4468^{d} avec un reſte $\frac{12}{21}$ ou $\frac{4}{7}$. Les 4468^{d} convertis en ſous, puis en livres, vous auroient donné $18^{\#}\ 12^{s}$ avec un reſte 4^{d}; ce qui eſt préciſément le même réſultat que ci-deſſus, mais auquel on ne parvient que par un circuit encore plus long.

155. Servons-nous du même exemple pour y appliquer la nouvelle méthode, & prenons l'opération au terme où l'on a 13 pour reſte.

$$\begin{array}{r|l} 391 & 21 \\ \hline 181 & 18{,}61 \\ 130 & \\ 40 & \\ 19 & \end{array}$$

Je place d'abord l'indicateur de l'unité au-deſſus du 8, & la virgule à côté, pour exprimer que les unités du quotient ſe terminent à ce 8. Cela fait, je mets un zéro à la ſuite du reſte 13, & je diviſe 130 par 21,

ce qui me donne un nouveau chiffre 6 que j'écris au quotient après la virgule, avec un reſte 4, à la ſuite duquel je place pareillement un zéro. Je diviſe 40 par 21, ce qui me donne un nouveau chiffre 1, que j'écris au quotient après le 6, avec un reſte 19, après lequel je pourrois mettre encore un zéro pour continuer l'opération de la même manière, & approcher toujours d'autant plus du véritable réſultat, ou de celui qui eſt égal à $18^{\text{liv.}}\frac{13}{21}$; mais arrêtons-nous ici pour examiner la marche que nous avons ſuivie.

J'obſerve d'abord que les deux zéros placés ſucceſſivement après les reſtes 13 & 4, ſont cenſés faire partie du dividende, à la ſuite duquel on pourroit les écrire, avec l'interpoſition d'une virgule, de cette manière, $391^{\text{liv.}},00$, ce qui ne change point la valeur du dividende que l'on peut conſidérer alors comme exprimant 39100 centimes, au lieu de 391 livres. Maintenant, ſi je diviſois immédiatement 39100 par 21, il eſt clair que j'aurois au quotient 1861. Mais puiſque le nouveau dividende exprime ou eſt cenſé exprimer des centimes, le vrai quotient exprimera pareil-

lement des centimes, & par conſéquent il ſera 1861 centimes, ou 18,61 liv., comme ci-deſſus.

On voit par-là que cette opération eſt analogue à celle qui conſiſte à réduire, d'après l'ancienne méthode, le dividende en deniers, & à convertir enſuite le quotient en livres, ſous & deniers. De même ici j'ai réduit d'abord le dividende en centimes, ce qui ſe fait d'une manière très-ſimple, par l'addition de deux zéros, & le quotient s'eſt trouvé réduit en livres & en parties décimales de la livre, avec la même ſimplicité, au moyen de l'indicateur placé au-deſſus du chiffre 8, qui repréſente les unités de livre.

Maintenant nous pouvons ſuppoſer la diviſion pouſſée beaucoup plus loin, toujours d'après la marche que nous avons indiquée. Voici le tableau de l'opération avec cinq décimales au quotient.

$$\begin{array}{r|l} 391 & 21 \\ \hline 181 & 18{,}61904 \\ 13 & \\ 40 & \\ 190 & \\ 100 & \\ 16 & \end{array}$$

On voit auſſi, par ce qui précède, avec quel avantage la nouvelle méthode ſupplée à l'imperfection de l'opération relative à l'ancien ſyſtème de diviſion, en offrant un moyen facile de continuer la diviſion, de manière que toutes les quantités fractionnaires du quotient ſe trouvent liées aux unités par une ſuite de décimales, & que le réſultat approche d'auſſi près que l'on voudra d'être égal au véritable réſultat.

2.° *Diviſion d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes, par un nombre d'unités quelconques.*

156. Vous déſiriez ſavoir combien donneroient au quotient $476^{\#}\ 18^{s}\ 10^{d}$, diviſés par 15, ce qui offre une opération du même genre que la précédente, en exigeant un ſurcroît d'attention & de travail, pour tenir compte des ſous & des deniers renfermés dans le dividende.

$$\begin{array}{r|l} 476 & 15 \\ 26 & 31^{\#} \\ 11 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 238 & 15 \\ 88 & 15^{s} \\ 13 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 166 & 15 \\ & 11^{d}\ \frac{1}{17}. \end{array}$$

Ayant trouvé d'abord 31$^{\#}$ pour quotient avec un reſte 11$^{\#}$, vous réduiſiez ces 11$^{\#}$ en ſous, ce qui faiſoit 220^{f}, auxquels vous ajoutiez les 18^{f} qui accompagnoient les livres du dividende. La ſomme 238 diviſée encore par 15, donnoit pour quotient 15^{f} avec un nouveau reſte 13^{f} égal à 156^{d}, qui joints aux 10^{d} du dividende, font 166^{d}. Diviſant par 15, vous aviez au quotient 11^{d} & $\frac{1}{15}^{d}$ que vous pouviez négliger. Ainſi le quotient approché étoit 31$^{\#}$ 15^{f} 11^{d}.

157. Donnons un exemple ſemblable tiré de la nouvelle méthode.

EXEMPLE.

On demande le quotient de 592,71 par 19.

592,71	19
22	31,19
37	
181	
10	

Vous faites la diviſion à l'ordinaire, & dans le quotient, vous ſéparez autant de chiffres vers la droite, au moyen du ſigne lv. & de la virgule,

qu'il y a de décimales au dividende, c'eſt-à-dire, que vous en ſéparez deux. Car puiſque le dividende ramené aux unités de la plus petite eſpèce exprime des centimes, le quotient doit avoir pareillement des centimes pour unités de la plus petite eſpèce, ce qui a lieu en vertu de la poſition donnée à la virgule. On peut appliquer ce raiſonnement à tout autre réſultat de diviſion.

Si l'on vouloit pouſſer plus loin la préciſion, on mettroit un zéro après le dernier reſte 10, & l'on diviſeroit 100 par 19. On feroit de même pour les reſtes ſuivans, & l'on placeroit chaque nouveau chiffre qui réſulteroit de la diviſion, à la ſuite des chiffres déjà obtenus au quotient, comme ci-deſſus (155).

Voici le tableau de l'opération, avec quatre décimales au quotient.

592,71	19
22	iv. 31,1952
37	
181	
100	
50	
12.	

3°. *Diviſion d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes par un nombre fractionnaire qui exprime des meſures de longueur pour les étoffes.*

158. Une pièce d'étoffe compoſée de 29 aunes $\frac{3}{4}$, ayant coûté 378$^{\#}$ 12^{f}, il s'agiſſoit de trouver le prix de chaque aune.

$$\frac{1514}{324\ 86}\left\{\frac{119}{12^{\#}}\right. \qquad \frac{1728}{538\ 62}\left\{\frac{119}{14^{f}}\right. \qquad \frac{744}{30}\left\{\frac{119}{6^{d}\ \frac{30}{119}}\right.$$

Pour faire cette opération d'une manière moins compliquée, il falloit d'abord multiplier 29 par le dénominateur 4 de la fraction $\frac{3}{4}$, & ajouter au produit 116 le numérateur 3 de la même fraction, ce qui vous donnoit 119. Ayant de même multiplié 378$^{\#}$ 12^{f} par 4, vous trouviez pour produit 1514$^{\#}$ 8^{f}. D'après cela l'opération conſiſtoit à diviſer 1514$^{\#}$ 8^{f} par 119, en ſubſtituant aux deux nombres propoſés d'autres nombres quatre fois plus grands, qui avoient entre eux le même rapport. Le quotient de 1514$^{\#}$ par 119 étoit 12$^{\#}$ avec le

le reſte 86^{tt}, qui par la réduction donnoit 1720^{f}; ajoutant à ce nombre 8^{f}, vous aviez pour nouveau dividende 1728^{f}, qui diviſé de même par 119 donnoit 14^{f}, avec le reſte 62^{f}, qui vaut 744^{d}. Le quotient de ce troiſième dividende par 119, étoit 6^{d} avec la fraction $\frac{30}{119}$, & ainſi le prix de chaque aune, en ſupprimant la fraction, étoit 12^{tt} 14^{f} 6^{d}.

159. Subſtituons à tous ces détours de calcul la marche ſimple & directe de la nouvelle méthode.

EXEMPLE.

On a payé 462$^{lv.}$,25 une pièce d'étoffe de la longueur de 37$^{mt.}$,7, & l'on demande à combien revient chaque mètre ?

En faiſant diſparoître la virgule du diviſeur (152), l'opération ſe réduit à diviſer 4622$^{lv.}$,5 par 377.

4622,5	377
852	12^{lv},2
985	
231	

Vous diviſez à l'ordinaire, & dans le

quotient vous ſéparez vers la droite, au moyen de l'indicateur & de la virgule, autant de décimales qu'il y en a au dividende, c'eſt-à-dire que, dans le cas préſent, vous en ſéparez une (157).

Si vous voulez avoir la préciſion des centimes, vous placez un zéro à la ſuite du reſte 231, & vous diviſez 2310 par 377, ce qui vous donne au quotient une nouvelle décimale 6, qui vaut des centimes. Voyez le tableau ſuivant.

4622,5		377
852		lv. 12,26
985		
2310		
48		

4.° *Diviſion d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes par un nombre fractionnaire qui repréſente des meſures de longueur pour les Ouvrages de conſtruction.*

160. Vous aviez fait faire $9^{T.}\ 3^{P.}\ 6^{P.}$ d'un certain ouvrage de maçonnerie, pour la ſomme de $243^{\#}\ 18^{s}$, & vous déſiriez

ſavoir à combien revenoit chaque toiſe.

$$\begin{array}{r|l} 17560 & 690 \\ \hline 3760 & 25^{\#} \\ 310 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 6216 & 690 \\ \hline 6 & 9^{f} \end{array}$$

Vous réduiſiez d'abord les $9^{T.}\ 3^{P.}\ 6^{p.}$ en pouces, ce qui faiſoit 690 pour nouveau diviſeur. Et comme la diviſion de $243^{\#}\ 18^{f}$ par ce nombre, auroit donné au quotient le prix de chaque pouce, au lieu de celui de chaque toiſe que vous cherchiez, & qui eſt 72 fois plus grand, il falloit, pour établir une compenſation, multiplier le dividende $243^{\#}\ 18^{f}$ par 72, ce qui faiſoit $17560^{\#}\ 16^{f}$. Diviſant la ſomme des unités de livre par 690, vous trouviez au quotient $25^{\#}$, avec un reſte $310^{\#}$ qui vaut 6200^{f}. Ajoutant à cette ſomme les 16^{f} du dividende, vous aviez 6216^{f} à diviſer encore par 690, ce qui donnoit au quotient 9^{f} avec un reſte 6^{l} qui vaut 72^{d}. Mais comme 690 n'eſt pas contenu dans 72, vous ne pouviez qu'indiquer le réſultat de la diviſion par la fraction $\frac{72^{d}}{690}$, qui d'ailleurs pouvoit être négligée, attendu qu'elle eſt moindre que $\frac{2}{19}^{d}$. Ainſi le prix de la toiſe étoit $25^{\#}\ 9^{f}$.

161. La nouvelle méthode va nous fournir un moyen bien plus court & plus facile pour réſoudre la queſtion ſuivante, qui eſt du même genre.

EXEMPLE.

$8{,}57^{mt.}$ d'un ouvrage de maçonnerie ont coûté $452{,}7^{lv.}$. On veut ſavoir combien coûte chaque mètre, en pouſſant la préciſion juſqu'aux centimes.

Vous ajoutez d'abord un zéro à la ſuite du dividende, ſuivant ce qui a été dit (153), & ainſi l'opération ſe réduit à diviſer $45270^{lv.}$ par 857, avec deux décimales au quotient, d'après la méthode expoſée plus haut (157).

45270	857
2420	$52{,}82^{lv.}$
7060	
2040	
326	

Le reſte de la diviſion terminée aux unités de livre étant 706, vous avez placé un zéro à la ſuite de ce reſte, puis vous avez diviſé 7060 par 857, ce qui a donné une première décimale 8 au quotient, avec un reſte 204.

Ayant mis encore un zéro à la ſuite de ce reſte, vous avez diviſé 2040 par 857, d'où réſulte une ſeconde décimale 2, qui complète le quotient demandé.

5.° *Diviſion d'un nombre de Livres, de Décimes & de Centimes par un nombre fractionnaire qui exprime des poids.*

162. Ayant payé 98$^{\#}$ 16^{s} une certaine quantité de marchandiſe, du poids de 7 livres, 6 onces, 4 gros, vous déſiriez connoître le prix de chaque livre.

$$\frac{12646}{3166}\Big\{\frac{948}{13^{\#}} \qquad \frac{6448}{760}\Big\{\frac{948}{6^{s}} \qquad \frac{9120}{588}\Big\{\frac{948}{9^{d}}$$

322

Vous réduiſiez d'abord en gros les 7$^{l.}$ 6$^{o.}$ 4$^{gr.}$, ce qui faiſoit 948 gros. Obſervant enſuite que l'unité de ce nouveau diviſeur étoit $\frac{1}{128}$ de la livre, vous étiez obligé de multiplier le dividende 98$^{\#}$ 16^{s} par 128, pour que ce dividende ſe trouvât augmenté dans le même rapport que l'avoit été le diviſeur par la réduction en gros. Vous aviez donc pour nouveau dividende 12646$^{\#}$ 8^{s}. Diviſant la

ſomme des livres par 948, vous trouviez au quotient $13^{\#}$, avec le reſte $322^{\#}$. Ce reſte réduit en ſous, & ajouté aux 8^{f} du dividende, vous donnoit 6448^{f} à diviſer encore par 948. Le quotient étoit 6^{f} avec le reſte 760^{l}, qui ſont 9120^{d}. Diviſant cette dernière ſomme par 948, vous aviez pour quotient 9^{d}, avec une fraction $\frac{588}{948}$. Ainſi la totalité du quotient cherché, ou le prix de la livre étoit $13^{\#}\ 6^{f}\ 9^{d}\ \frac{2}{3}$ à peu-près.

163. Le calcul relatif aux nouveaux poids va vous conduire tout d'un coup à un réſultat de la même eſpèce, par une ſeule opération ſemblable aux diviſions ordinaires.

EXEMPLE.

On demande combien coûteroit le grave d'une certaine marchandiſe, à raiſon de $89{,}7^{liv.}$ pour $9{,}58^{liv.}$, & l'on veut avoir au quotient la préciſion des centimes.

Ayant mis un zéro à la ſuite du dividende, puis ſupprimé les virgules (153), vous avez 8970 à diviſer par 958, avec la condition de placer deux fois un zéro à la ſuite des reſtes de la diviſion pouſſée juſqu'aux unités

de livre, pour avoir les deux décimales demandées. C'eſt ce que préſente la tableau ſuivant.

8970		958
3480		liv. 9,36
6060		
312		

Ainſi le prix de chaque grave eſt de liv. 9,36.

Remarques.

164. Suppoſons que l'on ait liv. 2,413 à diviſer par 96. La diviſion faite à l'ordinaire donnera pour quotient 25 liv. avec le reſte 13. Mais comme le vrai quotient doit avoir trois décimales, il faudra placer avant le premier chiffre du quotient un zéro précédé de la virgule, & un ſecond zéro avant cette virgule, pour indiquer que les unités ſont nulles. Ainſi le vrai quotient, abſtraction faite du reſte 13, ſera liv. 0,025.

165. Voici une autre obſervation qui eſt générale pour toutes les diviſions où le dividende a des décimales. Elle conſiſte en ce que la virgule du quotient ſuit toujours

immédiatement le réſultat de la diviſion des unités du dividende par le diviſeur, ce qui fournit une règle pour placer la virgule du quotient pendant le cours même de l'opération.

Soit propoſé, par exemple, de diviſer lv. 113,75 par 21.

113,75	21	
87	lv. 5,41	
35		
14		

Ayant trouvé d'abord que 21 eſt contenu cinq fois dans 113, je place 5 au quotient; & comme la diviſion des unités 113 du dividende par 21 ſe termine là, je mets tout de ſuite l'indicateur de la livre au-deſſus du 5, & une virgule à côté, puis je continue à l'ordinaire.

166. Reprenons maintenant la diviſion de lv. 2,413 par 96.

2,413	96	
493	lv. 0,025	
13		

Pour faire cette opération, je puis me borner

à prendre d'abord pour dividende le chiffre 2 qui exprime les unités ; & comme 96 n'eſt pas contenu dans 2, je mets zéro au quotient, avec l'indicateur de la livre & la virgule, pour marquer que ce zéro occupe la place des unités du quotient. Prenant enſuite pour dividende le nombre 24 dans lequel 96 n'eſt pas non plus renfermé, j'écris encore zéro au quotient après la virgule. En continuant de même, j'ai pour nouveau dividende 241, qui étant diviſé par 96, me donne 2 pour ſeconde décimale du quotient, & le reſte de l'opération à l'ordinaire. Je parviens ainſi, par une route directe, au même réſultat que ci-deſſus (164).

167. Cette manière d'opérer eſt commode ſur-tout pour réſoudre les queſtions du genre de la ſuivante. On propoſe de partager $\overset{mt.}{0,065}$ en 372 portions égales.

$$\begin{array}{r|l} 0,0650 & 372 \\ \hline 2780 & \overset{mt.}{0,000174} \\ 1760 & \\ 272 & \end{array}$$

Je prends d'abord pour dividende le premier

zéro qui eſt au rang des unités, & comme 372 y eſt contenu zéro de fois, j'écris au quotient zéro, avec l'indicateur du mètre & la virgule. Je prends enſuite un chiffre de plus au dividende; & comme ce chiffre eſt encore un zéro, j'écris zéro pour première décimale du quotient. En continuant de prendre un chiffre de plus au dividende, j'ai ſucceſſivement 6 & 65 à diviſer par 372, ce qui me donne deux nouveaux zéros au quotient. Je place alors un zéro à la ſuite du dividende 65, & je diviſe 650 par 372, ce qui me donne 1 que j'écris au quotient, avec un reſte 278 après lequel je place de même un zéro, & je pourſuis l'opération comme il a été dit plus haut (166). Le quotient trouvé $^{mt.}$ 0,000174 indique que chacune des 372 parties de la longueur propoſée ſeroit de 1 dix-millième, 7 cent-millièmes, 4 millionièmes de mètre, ou 174 millionièmes de mètre.

VI. OBSERVATIONS SUR LE CALCUL DÉICMAL.

168. On faiſoit uſage depuis long-temps, dans les recherches relatives à la géométrie & à

l'aſtronomie, d'un calcul auquel on avoit donné le nom de *calcul décimal*, & dont les règles ſont préciſément les mêmes que celles qui viennent de nous ſervir à déterminer les réſultats des opérations ſur les poids & meſures républicaines. C'eſt même la conſidération des grands avantages de ce calcul qui a engagé à préférer la diviſion décimale à toute autre, dans l'organiſation du nouveau ſyſtème, pour rendre par-là toutes les parties de ce ſyſtème ſuſceptibles de l'application du calcul dont il s'agit, & tranſporter dans l'arithmétique populaire cet inſtrument ſi commode & ſi facile à manier, qui juſqu'alors étoit refermé dans le domaine des ſciences. Ainſi, comme les diviſions & ſousdiviſions des nouvelles meſures & des nouveaux poids que nous avions à décrire, ſe trouvoient adaptées d'avance au calcul décimal, en ſorte que l'inſpection ſeule d'un mètre diviſé & chiffré étoit déjà une eſpèce de leçon graphique de ce calcul, nous en avons profité pour faire concevoir plus facilement les règles de l'arithmétique décimale, en employant à amener & à développer ſucceſſivement ces

règles, les objets qui en offroient comme l'expreſſion viſible. En conſéquence, au lieu de commencer par les idées abſtraites de dixièmes, de centièmes, &c. d'unité, pour particulariſer enſuite ces idées dans leurs applications aux différentes meſures, nous nous ſommes élevés des idées particulières aux idées abſtraites, & cela avec d'autant plus de fondement, que cette manière de procéder eſt conforme à la marche ordinaire de l'eſprit humain, & que d'ailleurs ce qui eſt vrai d'un décimètre, par exemple, non-ſeulement l'eſt auſſi d'un décigrave, d'un déciare, d'un décime, &c., mais en général d'un dixième d'unité quelconque. On a ici le même avantage que dans l'arithmétique élémentaire, où une opération faite par voie d'addition, de ſouſtraction, ou de toute autre manière, ſur des objets déterminés & que l'on a devant les yeux, repréſente toutes les opérations ſemblables relatives à des objets quelconques, parce que dans toutes ces opérations, les unités des différens chiffres font les mêmes fonctions, quelles que ſoient les idées & les dénominations que l'on y attache.

Nous ajouterons ici quelques notions ſur les principes & les applications du calcul décimal.

169. On a appelé *fractions décimales* toutes celles qui étant écrites à la manière ordinaire, auroient pour dénominateur l'unité ſuivie d'un ou pluſieurs zéros. Telles ſont les fractions $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{9}{1000}$, $\frac{8}{10000}$, &c. Il ſuit de-là que dans un nombre compoſé d'unités ſimples & de décimales ſéparées de ces unités par une virgule, chaque décimale repréſente une fraction dont le numérateur eſt cette même décimale, & dont le dénominateur eſt l'unité, ſuivie d'autant de zéros qu'il eſt indiqué par le rang qu'occupe la décimale. Ainſi dans cette expreſſion, 3,729, le 7 repréſente $\frac{7}{10}$, le 2 repréſente $\frac{2}{100}$, & le 9 repréſente $\frac{9}{1000}$.

170. Pour généraliſer toutes les règles que nous avons données relativement aux opérations qui ſe rapportent aux nouvelles meſures, il n'y a autre choſe à faire que de ſupprimer le mot indicateur de l'unité, en ne laiſſant ſubſiſter que la virgule. Alors les opérations

n'auront plus pour objet que des nombres abſtraits, & les réſultats ſeront des eſpèces de formules applicables à telle quantité particulière que l'on voudra.

171. Le principal uſage du calcul décimal étoit de mettre ſous une forme commode les réſultats des diviſions ſuſceptibles de donner un reſte, & d'offrir un moyen ſimple d'avoir des approximations dont les différences avec le véritable réſultat étoient ſucceſſivement moindres que $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, &c., ſuivant qu'on pouſſoit le calcul juſqu'à une, deux, trois décimales, &c. Nous en avons donné des exemples en parlant de la diviſion appliquée aux nouvelles meſures (155, 157, &c.).

La transformation des fractions ordinaires en fractions décimales eſt une opération familière à ceux qui emploient le calcul dont il s'agit, & nous allons terminer cet article par quelques détails ſur ce genre d'opérations.

172. Suppoſons que la fraction à transformer ſoit $\frac{1}{2}$.

$$\frac{10}{0,5}\left\{\begin{array}{l}2\\ \\ \end{array}\right.$$

Ayant posé d'abord le dividende 1 & le diviseur 2 à l'ordinaire, je dis, en 1 combien de fois 2 ? Il n'y est pas. Je mets au quotient zéro, suivi d'une virgule; puis ayant placé un autre zéro après le dividende 1, je divise 10 par 2, & je pose le 5 qui en provient, après la virgule du quotient ; comme il ne reste rien, j'en conclus que la fraction décimale 0,5, la même que $\frac{5}{10}$, est précisément égale à $\frac{1}{2}$.

173. On trouvera, par une opération semblable, que la fraction $\frac{4}{5}$ se convertit en 0,8, sans aucun reste; la fraction $\frac{3}{4}$ en 0,75, &c. En général, toute fraction ordinaire, dont le dénominateur peut diviser exactement un nombre décimal, tel que 10, 100, 1000, &c., est réductible en fraction décimale sans aucun reste. Ainsi $\frac{3}{8}$ peut être transformé en une fraction décimale de la même valeur, qui sera 0,375, parce que 8 divise exactement 1000. Voici le tableau de l'opération qui conduit à ce résultat.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \hline 60 & 0,375 \end{array}$$

174. Toutes les autres fractions, dont les dénominateurs ne ſont pas contenus exactement un certain nombre de fois dans 10, ou 100, ou 1000, ou 10000, ou &c., ne pourront être converties que par approximation en fractions décimales, c'eſt-à-dire, qu'à meſure que l'on pouſſera plus loin la diviſion, le quotient approchera toujours de plus en plus de la valeur de la fraction donnée, & qu'il pourra en approcher d'auſſi près qu'on voudra.

175. Ainſi on trouvera que la fraction $\frac{1}{3}$ équivaut à la fraction décimale 0,3333 à moins d'un dix-millième près; que la fraction $\frac{3}{11}$ équivaut à 0,272727 à moins d'un millionième près., &c.

En pourſuivant la réduction de la fraction $\frac{1}{3}$ en fraction décimale, on auroit le même chiffre 3 répété continuellement. En pourſuivant celle de la fraction $\frac{3}{11}$, on auroit le nombre 27 répété de même ſans fin. En général, on conçoit qu'auſſitôt qu'un chiffre ſe préſente une ſeconde fois comme reſte dans le cours de l'opération, il ramènera toujours les mêmes chiffres dans le même ordre; & ainſi on peut ſe diſpenſer de

continuer

continuer la diviſion, & écrire de nouveau, autant de fois que l'on voudra, à la ſuite de lui-même le quotient déjà obtenu.

De plus, il eſt à remarquer que chaque ſucceſſion de chiffres ſemblables ne peut être compoſée de plus de chiffres qu'il n'y a d'unités, moins une, au dénominateur de la fraction donnée ; ou, ſi l'on veut, les mêmes chiffres reparoîtront dans le même ordre, au plus tard, au rang indiqué par le dénominateur de la fraction. C'eſt ce qu'un exemple fera concevoir. Suppoſons que l'on veuille réduire $\frac{1}{7}$ en fraction décimale, on opérera comme il ſuit.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 7 \\ \hline 30 & 0,142857 \\ 20 & \\ 60 & \\ 40 & \\ 50 & \\ 10 & \end{array}$$

On voit que le dernier reſte donne le même dividende que celui par lequel a commencé l'opération, & ainſi les diviſions ultérieures feroient reparoître le même quotient. Or ce retour qui a lieu ici à la ſeptième décimale,

c'eſt-à-dire, au rang déſigné par le dénominateur de la fraction $\frac{1}{7}$, ne peut être reculé davantage. Car en ſuppoſant que l'on ait eu ſucceſſivement, comme dans le cas préſent, tous les reſtes poſſibles, ces reſtes ne peuvent être que les ſix premiers nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, & jamais 7, qui eſt le diviſeur. D'ailleurs, aucun de ces reſtes ne peut ſe trouver deux fois dans la ſérie, ſans quoi il rendroit au quotient le même ordre de chiffres, plutôt qu'il n'eſt indiqué par le dénominateur 7. Donc la ſeptième décimale eſt le terme le plus éloigné qui puiſſe ramener la même ſucceſſion de chiffres dans le quotient.

VII. Solutions de diverses questions relatives aux mesures déduites de la grandeur de la terre.

Première question.

176. Étant donnée la longueur du quart du méridien, évaluée à 5132430 toiſes, déterminer le mètre, ou la dix-millionième partie du quart du méridien, en pieds, pouces, lignes & parties décimales de la ligne.

Réduiſez d'abord en pieds la longueur donnée, en la multipliant par 6 ; ce qui fait 30794580^{p}. Diviſez ce nombre de pieds par 10000000, vous aurez au quotient 3 pieds avec la fraction $\frac{7945800}{10000000}$, ou plus ſimplement $\frac{7945}{1000}\frac{8}{00}$, qui ne vaut pas $\frac{1}{12}$. Donc il n'y aura point de pouces. Pour avoir les lignes & les parties décimales de la ligne, multipliez 79458 par 144, qui eſt le nombre de lignes contenu dans le pied. Le produit ſera 11441952 lignes, qu'il faudra diviſer par 1000000 ; ce que vous ferez tout d'un coup (91), en ſéparant ſix chiffres vers la droite dans le dividende, au moyen d'une virgule. Ainſi la valeur du mètre ſera $3^{p.}\ 0^{p.}\ 11^{l.},441952$.

On voit par le réſultat de la première diviſion indiquée ci-deſſus, que la valeur du mètre, exprimée en pieds & en parties décimales du pied, eſt $3^{p.},079458$.

SECONDE QUESTION.

177. Étant donnée la longueur du mètre, de $3^{p.},079458$, trouver la valeur du pied,

exprimée en parties décimales du mètre ; à moins d'un cent-millième près.

Diviſez l'unité, qui repréſente ici le pied par 3,079458, en prenant 6 décimales au quotient, vous aurez $0,32473^{mt.}$, pour la valeur cherchée.

Si l'on donnoit la longueur du mètre exprimée de cette manière, $3^{P.}, 11^{l.},441952$, il faudroit réduire les trois pieds en lignes ; ce qui feroit 432 lignes. Ajoutant cette quantité à $11^{l.},441952$, on auroit $443^{l.},441952$ pour diviſeur, & l'on prendroit pour dividende $144^{l.}$, qui donnent la valeur du pied exprimée en lignes. Effectuant la diviſion, on parviendroit au même quotient que ci-deſſus.

TROISIÈME QUESTION.

178. Étant donnée la longueur de l'aune de Paris, évaluée à $3^{P.}\ 7^{P.}\ 10^{l.}\frac{5}{6}$, par Hellot & Camus, trouver ſon rapport avec le mètre, exprimé en mètres & en parties décimales du mètre, à moins d'un dix-millième près.

Les $3^{P.}\ 7^{P.}\ 10^{l.}\frac{5}{6}$ font $\frac{3161}{6}$ lignes à diviſer par $443^{l.},441952$, qui expriment la valeur

du mètre (177). Je multiplie $443^{l.},441952$ par 6, ce qui donne 2660,651712. Ajoutant ſix zéros (153) à la ſuite de 3161, & diviſant 3161000000 par 2660651712, avec quatre décimales au quotient, je trouve $1^{mt.},1880$, avec un reſte 1457661440. Donc l'aune vaut $1^{mt.},188$, à moins d'un dix-millième près, le dernier zéro pouvant être ſupprimé (93), ſans altérer la valeur du nombre.

QUATRIÈME QUESTION.

179. On ſait qu'une certaine longueur priſe à l'aide des anciennes meſures, eſt de $45^{T.}\ 3^{P.}\ 6^{p.}$ On voudroit ſavoir à combien de mètres & de parties de mètre elle répond, ſans avoir recours aux tables de réduction.

Les $45^{T.}$ valent 270 pieds. Ajoutant $3^{P.}$, puis réduiſant $6^{p.}$ ou $\frac{1}{2}$ pied en fraction décimale (172), qui ſera $0^{P.},5$, & prenant la ſomme totale, on aura $273^{P},5$ pour la longueur dont il s'agit, évaluée en pieds & en parties décimales du pied. Si l'on déſiroit avoir le réſultat avec une grande préciſion, il faudroit diviſer $273^{P},5$ par $3^{P.},079458$, qui eſt le

rapport du mètre au pied (176), en prenant tel nombre de décimales que l'on voudroit. Mais ſi l'on ſe borne à l'exactitude qui ſuffit en pareil cas, il ſera plus ſimple de multiplier $273^{p.},5$ par 0,32473, qui eſt le rapport du pied au mètre (177), juſqu'aux cent-millièmes. Le produit donnera $88^{mt.},813655$, ou plus ſimplement $88^{mt.},814$, ſuivant ce qui a été dit (120), laquelle quantité ne diffère pas d'un millimètre de celle qu'on auroit obtenue à l'aide de la diviſion indiquée plus haut.

CINQUIÈME QUESTION.

180. On a fait une obſervation qui, d'après l'ancienne diviſion du jour, a commencé à 9^h préciſes du matin, & a fini à $9^h\ 5'\ 15''$ *(a)*. On demande quelles ſont les époques correſpondantes du jour décimal ?

Pour trouver à quel moment du jour déci-

(a) Le trait ſimple placé à la droite & vers le haut d'un nombre, indique des centièmes parties de l'unité du nombre qui précède, ou ce qu'on appelle des *minutes*. Les deux traits placés de la même manière, déſignent des centiemes parties de la minute, ou des *ſecondes*.

mal (36) a commencé l'obſervation, vous ferez attention que les 9 heures qui s'étoient écoulées de l'ancien jour, ſont les $\frac{9}{24}$ de la durée de ce jour; d'où il ſuit que l'on aura le moment correſpondant du jour décimal, en multipliant $\frac{9}{24}$ par 10, qui eſt le nombre d'heures dont le nouveau jour eſt compoſé, ce qui donne $\frac{90}{24}$ à réduire en fraction décimale. Diviſant 90 par 24 avec deux décimales, on trouve au quotient 3,75 ſans reſte. Donc il étoit $3^h\ 75'$ du jour décimal, au commencement de l'obſervation.

Maintenant les $5'\ 15''$ de l'ancien jour, qui donnent la durée de l'obſervation, ſont $315''$ ou les $\frac{315}{86400}$ de la durée de l'ancien jour, qui étoit compoſé de $86400^{\text{ſec.}}$ Il faut de même multiplier la fraction précédente par le nombre 10 des heures du jour décimal, ce qui donne $\frac{3750}{86400}$. Exécutant la diviſion avec ſix décimales au quotient, on trouve $0,^h036458$, plus une fraction $\frac{288}{864}$ ou $\frac{1}{3}$ que l'on peut négliger. Ainſi, la durée de l'obſervation rapportée au jour décimal, eſt de $3'\ 64''\ 6'''$, & par conſéquent l'obſervation a fini à $3^h\ 78'\ 64''\ 6'''$ à très-peu-près du jour décimal.

SIXIÈME QUESTION.

181. Étant donné le mètre linéaire, de $3^{p},079458$, trouver la valeur du mètre carré, exprimée en pieds carrés & en parties décimales du pied carré, à moins d'un millième près.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut multiplier 3,079458 par lui-même, en ſe bornant à trois décimales au produit. On trouvera, en employant la méthode abrégée qui a été expoſée ci-deſſus (147), & en prenant deux décimales de ſurcroît, que le produit eſt 9,48286. Effaçant les deux dernières décimales, & augmentant d'une unité la dernière des décimales conſervées (120), on aura $9,483^{p.q.}$, pour la valeur cherchée.

SEPTIÈME QUESTION.

182. Étant donné le côté du grand arpent, de 10 perches, dont chacune eſt de 22 pieds, trouver le nombre de mètres carrés & de parties décimales du mètre carré renfermé dans ſa ſurface.

Le côté du grand arpent eſt de 220 pieds, lequel nombre multiplié par le rapport

0,32473 du pied au mètre (174), donne $71{,}44060^{mt.}$, pour le côté du grand arpent, évalué en mètres & en parties décimales du mètre. Multipliant ce dernier nombre par lui-même, & ſe bornant à deux décimales, on trouve $5103{,}76^{mt.q}$ pour le nombre de mêtres carrés & de parties décimales du mètre carré contenu dans la ſurface du grand arpent.

La ſurface de l'are étant de 10000 mètres carrés (46), il s'enſuit que l'arpent eſt à l'are comme 510376 eſt à 1000000. Si l'on cherche une approximation de ce rapport par la méthode des fractions continues, qui eſt connue des géomètres, on trouvera, en ſe bornant à quatre fractions, que le rapport approché eſt celui de 25 à 49, c'eſt-à-dire, que l'are eſt preſque double de l'arpent.

HUITIÈME QUESTION.

183. On veut tapiſſer une chambre avec une eſpèce d'étoffe dont le lé a $0{,}6^{mt.}$ de largeur. La hauteur de la tapiſſerie doit être de $2{,}5^{mt.}$, & la ſomme de toutes les largeurs des endroits où elle doit être appliquée eſt

de $9{,}25^{mt.}$. On demande combien il faudra de mètres d'étoffe ?

Cherchez d'abord combien il y a de lés contenus dans la largeur totale, en diviſant 9,25 par 0,6. Vous aurez au quotient 15,41, en prenant deux décimales. Multipliez enſuite par ce quotient la hauteur commune $2{,}5^{mt.}$. Le produit ſera $38{,}525^{mt.}$, ce qui indique la longueur totale de l'étoffe, ſauf à prendre quelque choſe de plus pour éviter les fauſſes coupes.

NEUVIÈME QUESTION.

184. On veut faire conſtruire une cloiſon à rainure, en bois de ſapin. Cette cloiſon doit avoir $3{,}9^{mt.}$ de hauteur ſur $5{,}2^{mt.}$ de largeur. On emploie des planches de $3{,}9^{mt.}$ de hauteur chacune, ſur $0{,}27^{mt.}$ de largeur. On demande, 1.° combien il y aura de planches employées, en tenant compte des déchets occaſionnés par les languettes qui doivent entrer dans les rainures, pour former les joints ? On ſuppoſe que la largeur de chaque rainure ſoit de deux centimètres. 2.° Combien coûtera la

cloiſon, en ſuppoſant que le prix du mètre carré, façonné & réduit, ſoit de $\overset{lv.}{6,5}$?

Pour réſoudre la première queſtion, vous conſidérez d'abord que la hauteur de la cloiſon étant égale à celle de chaque planche, il n'y a aucun déchet à cet égard. Faiſant enſuite attention que la largeur de chaque planche ſe trouve diminuée de 2 centimètres, à cauſe de la languette, & retranchant $\overset{mt.}{0,02}$ de $\overset{mt.}{0,25}$, vous aurez $\overset{mt.}{0,23}$ pour la largeur réduite. Maintenant ſi vous diviſez le nombre 5,2 qui donne la largeur totale de la cloiſon, par 0,23 qui exprime la largeur réduite de chaque planche, vous trouverez au quotient 22,608, en prenant 3 décimales, ce qui indique qu'il faudra employer 22 planches avec une alaiſe, c'eſt-à-dire, une portion de planche refendue en longueur, qui aura un peu plus de ſix dixièmes de la largeur commune.

Pour avoir enſuite le prix de la cloiſon, multipliez $\overset{mt.}{3,9}$ par 5,2, ce qui donnera pour la ſurface $\overset{mt.q.}{20,28}$. Multipliant $\overset{lv.}{6,5}$ par ce dernier nombre, vous trouverez $\overset{lv.}{131,82}$ pour le prix demandé.

DIXIÈME QUESTION.

185. On a conſtruit un ouvrage de maçonnerie, en forme de parallélipipède rectangle (136), dont on ſait que la ſolidité eſt égale à $65{,}489^{mt.c.}$, & la ſurface de la baſe égale à $15{,}23^{mt.q.}$. On propoſe de trouver la hauteur.

Diviſez le nombre 65,489, qui exprime la ſolidité, par 15,23, qui repréſente la ſurface de la baſe. Le quotient donnera en mètres & en parties décimales du mètre, l'expreſſion de la hauteur, qui ſera $4{,}3^{mt.}$.

ONZIÈME QUESTION.

186. Etant donné le poids de l'ancienne livre, de 9216 grains, & le poids du grave, de 2 livres 5 gros 49 grains (65), ou 18841 grains, trouver le poids de la livre exprimé en parties décimales du grave, à moins d'un millionième près.

Diviſez 9216 par 18841, en prenant 6 décimales au quotient, vous trouverez pour le poids cherché, $0{,}489146^{gv.}$.

DOUZIÈME QUESTION.

187. On ſe propoſe d'eſſayer, à l'aide du poids, ſi un vaſe en forme de bouteille a la capacité du cadil, ou de l'amener à cette capacité, ſi la différence n'eſt que d'une petite quantité en plus.

Il faut d'abord être pourvu d'un grave bien ajuſté avec ſes ſousdiviſions, & d'une balance très-mobile; peu importe d'ailleurs qu'il y ait ou non quelqu'inégalité entre les longueurs des bras de la balance, & entre les poids des baſſins. On aura auſſi de l'eau diſtillée *(a)*, avec un thermomètre ordinaire diviſé en 80 parties, ou un thermomètre décimal *(b)*, & de plus un petit diſque de verre d'un diamètre un peu plus grand que celui de la bouteille.

Tout cela ſuppoſé, vous placez dans un des baſſins de la balance le grave & la bouteille vide & bien ſéchée, avec ſon diſque, & vous mettez dans l'autre baſſin des poids

(a) Au défaut d'eau diſtillée, on peut employer de l'eau de pluie, dont la qualité eſt à très-peu-près la même.

(b) Nous donnerons plus bas la deſcription de ce thermomètre.

quelconques, comme du menu plomb, juſqu'à ce que le fléau ſoit bien horiſontal. Vous retirez le grave & la bouteille, puis vous rempliſſez celle-ci d'eau diſtillée, amenée à la température de 10^d du thermomètre ordinaire, ou de $12^d \frac{1}{2}$ du thermomètre décimal. Vous faites paſſer le petit diſque ſur la ſurface de l'eau, de manière qu'il adhère exactement aux bords du goulot, & qu'il ne reſte en-deſſous aucune bulle d'air, puis laiſſant le diſque dans cette poſition, vous placez la bouteille dans le même baſſin, & vous ajoutez de ce même côté 1 gravet 75 centigravets *(a)*; & ſi l'équilibre ſubſiſte, vous en concluez que la capacité de la bouteille eſt égale à celle du cadil.

Si la bouteille ſe trouvoit un peu trop peſante, il ſeroit facile de connoître la quantité de cet excès, en diminuant le poids additionnel, juſqu'à ce qu'il y eût équilibre. S'il falloit ôter, par exemple, un gravet, on en concluroit que la différence avec le

(a) On verra dans un inſtant la raiſon de cette quantité additive de poids.

véritable poids eſt de $\frac{1}{1000}$ de la totalité, parce qu'un grave vaut mille gravets, laquelle différence peut être ici négligée. Si l'excès de poids cauſoit une erreur ſenſible, on uſeroit le goulot de la bouteille ſur un grès, ou ſur une plaque de métal enduite d'émeril détrempé ; & en recommençant l'expérience, on jugeroit ſi la capacité a été ſuffiſamment diminuée.

Remarque.

188. Il pourroit arriver qu'une bouteille qu'on auroit eſſayée par le même procédé, ſe trouvât un peu trop petite, mais ſeulement d'un millième, ou d'une quantité inférieure, dont on jugera par le poids qu'il faudra ajouter pour établir l'équilibre ; & dans ce cas, on pourroit regarder cette bouteille comme ayant une capacité ſuffiſamment approchée.

189. On peut ſe rappeler que dans la détermination de l'unité de poids (63), l'eau diſtillée que l'on a employée étoit à la température de la glace fondante, & que de plus la peſée eſt cenſée avoir été faite dans le

vide (65). Si l'opération dont il s'agit ici rempliſſoit les mêmes conditions, il n'y auroit aucun poids additionnel à mettre auprès de la bouteille, parce que le poids de la quantité d'eau néceſſaire pour remplir exactement le cadil, ſeroit préciſément égal au poids du grave. Mais on eſt convenu de faire les étalonnages à la température de 10^d du thermomètre ordinaire, qui répond à $12^d \frac{1}{2}$ du thermomètre décimal, parce que c'eſt à peu-près la température moyenne de l'atmoſphère, du moins dans notre climat. En conſéquence, l'eau contenue dans le cadil étant plus dilatée, pèſe moins à volume égal; en ſorte que pour compenſer la perte de poids qui en réſulte, il faut ajouter dans le même baſſin de la balance à peu-près $\overset{gvt.}{0,53}$, ainſi qu'on le prouve par l'expérience & le calcul *(a)*. D'une autre part, la peſée étant faite dans l'air, il s'enſuit que le poids de l'eau ſe trouve encore diminué à cet égard d'une petite quantité, dont on tient compte en ajoutant $\overset{gvt.}{1,22}$, ce qui

(a) Ce poids vaut environ 10 grains du poids de marc.

donne

donne avec le premier poids additionnel une ſomme de $^{gr.}_{1,75}$ *(a)*.

190. Le procédé que nous avons indiqué ci-deſſus, relativement à la peſée du cadil que l'on ſe propoſe d'eſſayer, & qui conſiſte à replacer la bouteille pleine dans le même baſſin où ſe trouvoit auparavant le grave, peut être employé avec avantage pour peſer exactement un corps, à l'aide d'une balance fauſſe, pourvu qu'elle ſoit bien mobile, ainſi que nous l'avons dit. On place ce corps dans un des baſſins de la balance, & l'on met de l'autre côté des poids quelconques, comme des grains de plomb, juſqu'à ce que le fléau ſoit horiſontal. On retire enſuite le corps dont on cherche le poids, & on le remplace par des poids connus, juſqu'à ce que le fléau ait repris la poſition horiſontale. Il eſt évident que le poids de ce corps eſt préciſément égal à la ſomme des poids qu'on lui a ſubſtitués, quoiqu'il puiſſe bien

(a) Le poids de $^{gr.}_{1,22}$ eſt égal à environ 23 grains. Ainſi la totalité des poids à ajouter eſt de 33 grains de l'ancien poids de marc.

arriver que cette même ſomme diffère de celle des poids qui ſont de l'autre côté, en conſéquence de la conſtruction vicieuſe de la balance.

191. Lorſque l'on a une première bouteille égale au cadil en capacité, il eſt facile de l'employer comme étalon, pour amener à la même capacité tant d'autres bouteilles que l'on voudra. A cet effet, on remplira d'abord la bouteille à éſſayer avec de l'eau quelconque, à telle température que l'on voudra, & l'on raſera la ſurface avec un petit diſque, comme il a été dit ci-deſſus (187). On tranſvaſera enſuite l'eau dans l'étalon, & on fera gliſſer de même un diſque de verre ſur la ſurface de cette eau. S'il ſort quelques gouttes de liquide, on en conclura que la capacité de la bouteille eſt un peu trop petite; & pour connoître l'erreur qui en réſulte, on pourra recevoir l'eau excédante dans un godet dont la capacité ſoit connue. Si l'intérieur de ce godet eſt en forme de cylindre, ayant le diamètre de la baſe égale à la hauteur, & ſi chacune de ces deux dimenſions eſt de $^{mt.}0{,}010838$, ou

plus ſimplement de $0{,}011^{mt.}$, qui répondent à 4 lignes $\frac{8}{10}$ de l'ancienne meſure, la capacité du godet ſera un millième de celle du cadil; & lorſque la quantité d'eau en excès ne débordera pas le godet, on pourra négliger l'erreur.

Dans le cas où par l'application du diſqué, il ne ſortiroit point d'eau, mais où il reſteroit une bulle d'air dont on s'apercevra facilement à travers le diſque, ou en inclinant la bouteille, pour déplacer la bulle, il faudroit s'aſſurer encore que la capacité de la bouteille n'eſt pas trop petite. On y parviendra en rempliſſant d'abord le godet, puis en verſant dans l'étalon, & en paſſant de nouveau le diſque ſur la ſurface de l'eau. S'il en ſort quelques gouttes, on en conclura que la quantité dont la bouteille eſt trop petite, ne vaut pas un millième de la totalité, & qu'ainſi l'erreur peut être cenſée nulle.

192. Avant de tranſvaſer l'eau dans l'étalon, il ſera bon de mouiller d'abord l'intérieur de cet étalon, de manière que la petite quantité d'eau qui s'y trouvera d'avance, puiſſe compenſer ſenſiblement celle qui reſtera

dans la bouteille à eſſayer, après le tranſvaſement.

193. Pour avoir une meſure approchée de la quantité de liquide que contient le cadil, lorſqu'on ne prétend pas à une grande préciſion, on peut ſe borner à prendre une bouteille d'une telle capacité, que la quantité de liquide dont il s'agit s'élève à une certaine hauteur dans le goulot, & faire en-dehors un trait ſur le verre, à fleur d'eau.

VIII. DES FORMES ET DES DIMENSIONS DES MESURES RÉPUBLICAINES.

194. Les meſures linéaires ont une dimenſion eſſentielle, qui eſt donnée immédiatement par le ſyſtème, ſavoir leur longueur. Les autres dimenſions, comme la largeur & l'épaiſſeur, peuvent être abandonnées au goût de l'artiſte. Seulement il convient de donner au mètre employé pour la meſure des étoffes, une forme carrée, ſemblable à celle de l'ancienne aune, ainſi que nous l'avons déjà remarqué (39).

195. Quant aux poids, nous avons indiqué pareillement (72) la forme de ceux que la Commiſſion a fait exécuter depuis le décigrave juſqu'au gravet incluſivement. Cette forme eſt celle d'un cylindre court, dont la ſurface latérale a été arrondie en forme de bourrelet, & qui eſt percé dans ſon milieu, d'un trou circulaire, dans lequel entre la brochette deſtinée à enfiler toutes les ſous-diviſions du grave, pour en rendre l'aſſortiment plus portatif. Les diamètres des ouvertures varient auſſi ſuivant les poids, en ſorte que la brochette eſt compoſée ſucceſſivement de trois cylindres de différentes épaiſſeurs qui correſpondent, l'un à l'enſemble des décigraves, le ſecond à celui des centigraves, le dernier à celui des gravets. L'extrémité ſupérieure de la brochette eſt garnie d'un pas de vis, pour recevoir une virole qui ſert à maintenir tous les poids par la preſſion, & à les empêcher de jouer. Voici à peu-près les dimenſions qui ont lieu dans un aſſortiment de poids que le citoyen Fourcher, balancier-eſſayeur de la monnoie, a préſenté à la Commiſſion.

	Diamètre total.	Diamètre de l'ouverture du milieu.
1.° Pour le décigrave,	mt. 0,06.	mt. 0,01.
2.° Pour le centigrave,	mt. 0,027.	mt. 0,007.
3.° Pour le gravet, . . .	mt. 0,012.	mt. 0,004.

La hauteur dépend enſuite de la peſanteur ſpécifique du métal employé à la fabrication des poids.

196. Mais il eſt un genre de meſures dont la forme & les dimenſions ont fixé plus particulièrement l'attention de la Commiſſion. Ce ſont les meſures de capacité, tant pour les grains que pour les liquides. La Commiſſion a ſenti combien il ſeroit intéreſſant d'imprimer à ces meſures tous les caractères d'uniformité dont elles ſont ſuſceptibles, en déterminant d'une manière invariable leur forme, leurs dimenſions reſpectives & les ſousdiviſions intermédiaires que l'on pourroit ajouter, pour la facilité du commerce, à celles qui ſont dans l'ordre décimal du ſyſtème. Elle a jugé auſſi devoir ramener à une grande ſimplicité l'enſemble de la forme & le rapport de ſes dimenſions.

En conſéquence, après s'être concertée avec les artiſtes qui ont bien voulu l'aider de leurs obſervations, elle a réglé, 1.° que la contenance des meſures intermédiaires au-deſſous du centicade ne pourroit être que la moitié ou le cinquième de celle d'une des meſures primitives données directement par le ſyſtème; 2.° que toutes les meſures auroient la forme d'un cylindre creux; 3.° que dans les meſures à grains, le diamètre de la baſe ſeroit égal à la hauteur; 4.° que les meſures de liquides auroient une hauteur double du diamètre de la baſe, ſauf la petite différence produite par l'addition d'un bec, pour la facilité du tranſvaſement. Déjà les artiſtes potiers d'étain d'une part, & les artiſtes boiſſeliers de l'autre, ont mis ſous les yeux de la Commiſſion des modèles très-bien exécutés conformément à ces déterminations. Il en réſultera cet avantage, que chacun pourra s'aſſurer, même à l'aide d'un ſimple bâton, que la capacité n'a point été altérée, parce que la longueur du diamètre qui n'eſt pas ſuſceptible de diminution, ſervira de garantie à la hauteur, & ainſi la meſure offrira par elle-même un moyen prompt & facile de vérification.

Le calcul fait d'après les données que nous venons d'expoſer, conduit aux dimenſions ſuivantes, que nous exprimerons d'une part en mètres & en parties décimales du mètre, & de l'autre en lignes & en parties décimales de la ligne,

1.° *Meſures de grains.*

Hauteur & diamètre de la baſe.

1.° Pour le quadruple centieade...	mt.	0,37066.
	l.	164,372.
2.° Pour le double centicade.....	mt.	0,2942.
	l.	130,46.
3.° Pour le centicade.....	mt.	0,2335.
	l.	103,5477.
4.° Pour le demi-centicade.....	mt.	0,18533.
	l.	82,186.
5.° Pour le cinquième du centicade.	mt.	0,13655.
	l.	60,555.
6.° Pour le cadil.....	mt.	0,10838.
	l.	48,062.
7.° Pour le demi-cadil.....	mt.	0,086025.
	l.	38,147.

8.° Pour le cinquième du cadil...	mt. 0,063384.	l. 28,107.
9.° Pour le décicadil.....	mt. 0,050307.	l. 22,308.
10.° Pour le demi-décicadil, ou le vingtième du cadil.....	mt. 0,039929.	l. 17,706.

2.° *Mesures de liquides.*

	Diamètre de la base.	Hauteur.
1.° Pour le cadil....	mt. 0,086025..	mt. 0,172050.
	l. 38,147....	l. 76,294.
2.° Pour le demi-cadil	mt. 0,068278..	mt. 0,136556.
	l. 30,277....	l. 60,554.
3.° Pour le cinquième du cadil.....	mt. 0,050307..	mt. 0,100614.
	l. 22,308....	l. 44,616.
4.° Pour le décicadil..	mt. 0,039929..	mt. 0,079858.
	l. 17,706....	l. 35,412.
5.° Pour le demi-décicadil, ou le vingtième du cadil.....	mt. 0,031692...	mt. 0,063384.
	l. 14,053....	l. 28,106.

APPENDICE.

IX. DIVISION DU THERMOMÈTRE ET DU BAROMÈTRE.

1.° *Diviſion du Thermomètre.*

197. Le thermomètre a une analogie marquée avec les unités de meſures. Sa conſtruction ſe rapporte à deux termes fixes, pris auſſi dans la nature, & que l'on peut toujours retrouver par des expériences faites avec ſoin. On ſait que de ces deux termes, l'un qui ſert comme de point de départ pour graduer l'inſtrument, eſt le degré auquel s'arrête la liqueur, par la température de la glace fondante; & que l'autre qui donne la limite oppoſée, répond à la chaleur de l'eau bouillante. La diſtance entre ces deux termes a donc les caractères d'une véritable unité, & en conſéquence il convient de la ſoumettre au principe, que toute unité doit être diviſée d'après le rapport décimal.

Dans le thermomètre ordinaire, cette diſtance étoit partagée en 80 petits eſpaces égaux, que l'on appeloit degrés. Chacun ſousdiviſoit enſuite ces degrés à volonté, d'après les fractions ordinaires.

198. On adoptera pour la ſousdiviſion de la diſtance correſpondante ſur le thermomètre décimal, la même diſtribution que pour le quart de cercle, c'eſt-à-dire, que l'on prendra de deux en deux les termes de la ſérie, pour avoir les petites meſures uſuelles deſtinées à repréſenter les réſultats de l'obſervation. De cette manière, le degré thermométrique ſera la centième partie de la diſtance entre le terme de la glace & celui de l'eau bouillante, ce qui rendra l'échelle de l'inſtrument conforme à la marche de la température, qui varie par de petites différences, dans les inſtans relatifs à pluſieurs obſervations ſucceſſives. La minute thermométrique ſera la centième partie du degré; & la ſeconde, la centième partie de la minute.

Dans l'uſage ordinaire, on ſe bornera aux degrés & aux fractions de degré les plus

ſimples, telles que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, &c. que l'on convertira, l'une en 50′, l'autre en 25′, &c. Mais dans les expériences délicates qui exigeroient beaucoup de préciſion, on pourra évaluer de même en ſecondes les parties de la minute, à l'aide d'un nonnius appliqué à un inſtrument où la diſtance qui donne l'unité ſeroit aſſez étendue pour rendre ſenſibles de très-petites fractions de cette unité.

199. D'après ce qui vient d'être dit, il eſt facile de rapporter le réſultat d'une obſervation faite au moyen du thermomètre ordinaire, à celui qui auroit lieu avec le thermomètre décimal, & réciproquement. Car puiſque les nombres de degrés qui ſous-diviſent immédiatement l'eſpace compris entre les deux limites, ſont 80 d'une part, & 100 de l'autre, il s'enſuit que $\frac{8}{10}$ ou 0,8 exprime en général le rapport du thermomètre ordinaire au thermomètre décimal, & que la fraction renverſée $\frac{10}{8}$ ou 1,25 exprime le rapport du thermomètre décimal au thermomètre ordinaire. Ainſi, en multipliant par 0,8 le nombre de degrés qui répond à une

température indiquée par le thermomètre décimal, on aura la température correſpondante ſur le thermomètre ordinaire ; & en multipliant par 1,25 le nombre de degrés obſervés ſur le thermomètre ordinaire, on aura la température analogue ſur le thermomètre décimal.

EXEMPLES.

1.° Le plus grand froid obſervé pendant l'hiver de 1788 à 1789 ayant été de $17^{d}\frac{1}{2}$, d'après le thermomètre ordinaire, on demande la température qu'auroit indiquée, à la même époque, le thermomètre décimal?

Multipliez 1,25 par $17^{d}\frac{1}{2}$, vous aurez au produit 21,88, ce qui indique près de 21^{d} 90′ pour la température cherchée.

2.° La chaleur à laquelle on eſt convenu de faire les étalonnages des nouvelles meſures (189), étant de $12^{d}\frac{1}{2}$ du thermomètre décimal, quelle ſeroit la température qu'il faudroit prendre, en employant le thermomètre ordinaire?

Multipliant $12\frac{1}{2}$ par 0,8, on trouvera

pour produit dix degrés, qui donnent la température demandée.

200. Nous joignons ici une table comparative des degrés qui correſpondent, ſur l'un & l'autre thermomètre, à pluſieurs obſervations intéreſſantes, en négligeant les petites différences, pour nous rapprocher des nombres ronds.

DEGRÉS du Thermomètre ordinaire.	DEGRÉS du Thermomètre décimal.
Au-deſſous de zéro.	
Froid du 29 janvier 1776 .... 15^{d} ½	20,00 ou 20^{d}.
— du 31 décembre 1788 .... 17 ½	21,90 ou 21^{d} 90′.
Congélation du mercure 32	40,00 ou 40^{d}.
Au-deſſus de zéro.	
Caves de l'Obſervatoire ..... 9 ½	11,90 ou 11^{d} 90′.
Bains ordinaires 25	31,25 ou 31^{d} 25′.
Chaleur du ſang 30	37,50 ou 37^{d} 50′.
Première ébullition de l'éther . 32 ½	40,60 ou 40^{d} 60′.
Fuſion de la cire jaune 48	60,00 ou 60^{d}.
Ébullition de l'alcohol *(a)* ... 67	83,75 ou 83^{d} 75′.
Chaleur de l'eau bouillante.... 80	100,00 ou 100^{d}.

(a) C'eſt le nom que porte dans la chimie moderne la liqueur appelée communément *eſprit-de-vin*.

201. Tous ces degrés ont été pris ſur des thermomètres à mercure, & il ſeroit à déſirer que l'uſage de ces thermomètres devînt général, ſoit parce que le mercure bien purifié eſt conſtamment homogène, au lieu que la différence des ſubſtances dont on tire l'alcohol, ou celle qui provient de l'opération même, fait varier ſa nature & ſa dilatation; ſoit parce que le mercure eſt celui de tous les liquides dont les dilatations, depuis zéro juſqu'à l'eau bouillante, ſont le plus exactement proportionnelles aux accroiſſemens de chaleur, tandis que l'alcohol, toutes choſes égales d'ailleurs, marque des degrés ſenſiblement inégaux par des variations égales de température; & de-là vient qu'il n'y a que les thermomètres à mercure qui ſoient vraiment comparables. Mais ſi l'on vouloit faire des obſervations par un froid artificiel plus grand que celui qui répond à 32^{d} du thermomètre ordinaire, il ſeroit néceſſaire d'employer un thermomètre à alcohol, parce qu'à cette température le mercure ſe congèle.

2.° *Diviſion du Baromètre.*

202. La diviſion du baromètre eſt très-différente de celle du thermomètre. Dans cette dernière, les ſousdiviſions ſont des parties proportionnelles à la diſtance entre les deux limites données par l'obſervation, quelle que ſoit d'ailleurs cette diſtance, qui varie ſuivant les diamètres de la boule & du tube de l'inſtrument, ſuivant la quantité du fluide, &c.; & de-là vient que dans différens thermomètres expoſés à la même température, la hauteur d'un même fluide au-deſſus de zéro, ou ſon abbaiſſement en-deſſous, ne ſe meſurent pas d'une manière abſolue, mais s'eſtiment d'après leur relation avec la diſtance totale entre zéro & le terme de l'eau bouillante.

Au contraire, dans le baromètre, la hauteur du mercure au-deſſus de la ligne de niveau, pour une preſſion donnée de l'air, eſt une quantité conſtante, dont la meſure abſolue eſt toujours la même. Ainſi la diviſion de l'inſtrument ſe rapporte néceſſairement à quelqu'une des meſures uſuelles de longueur qui ſont

ſont connues, & juſqu'à préſent on avoit diviſé l'échelle du baromètre par pouces & par lignes. Mais à l'avenir on la diviſera par centimètres & par millimètres, à compter de la ligne de niveau. Il en réſultera que les limites entre leſquelles varie la hauteur de la colonne, & qui répondent à l'eſpace compris à peu-près depuis le 26e pouce juſqu'au 29e, répondront, l'une environ à 70 centimètres, & l'autre à 78 centimètres au-deſſus de la ligne de niveau, ce qui donne 8 centimètres pour la diſtance qui repréſente le champ de l'obſervation.

203. On ſait que les variations du baromètre ſont dues à la preſſion que l'air exerce ſur la ſurface du mercure qui occupe la partie ouverte de l'inſtrument. Suivant que cette preſſion augmente ou diminue, la colonne de mercure monte ou s'abaiſſe dans le tube de l'inſtrument; & comme la colonne d'air qui repoſe ſur le mercure devient plus courte, lorſque l'on porte le baromètre d'un lieu dans un autre plus élevé, la preſſion de l'air ſe trouvant diminuée par une ſuite néceſſaire, n'eſt plus capable de ſoutenir une co[illegible]ne de

mercure auſſi haute, en ſorte que ce liquide s'abaiſſe au-deſſous de ſon premier niveau.

On a profité de cet effet pour meſurer les hauteurs, d'après la quantité dont le mercure deſcendoit, à meſure que le baromètre occupoit un lieu plus élevé. La nature de cet ouvrage ne nous permettant pas d'expoſer les règles que l'on doit ſuivre pour mettre une certaine préciſion dans ce genre d'obſervations, en tenant compte de l'inégalité des différences entre les preſſions de l'air ou les abaiſſemens du mercure, qui répondent à des différences égales en hauteur verticale, nous nous bornerons à dire qu'en général, lorſque les lieux ne s'élèvent pas à plus de 1000 ou 1200 toiſes au-deſſus du niveau de la mer, une ligne de diminution dans la colonne de mercure répond à peu-près à 12 toiſes $\frac{1}{2}$ d'accroiſſement en hauteur verticale.

204. Il eſt facile de traduire ce réſultat en arithmétique décimale, pour le rapporter aux nouvelles meſures. Car 12 toiſes $\frac{1}{4}$ étant égales à 10800 lignes, on voit que la quantité dont le mercure s'abaiſſe, pour une différence

donnée en hauteur verticale, eſt 10800 fois plus petite que cette différence; & par conſéquent un abaiſſement d'un millimètre dans la colonne de mercure indique 10800 millimètres, ou $10^{mt.},8$ d'élévation en ligne perpendiculaire à l'horiſon.

X. DISPOSITION ET USAGE DES TABLES DE RÉDUCTION DES ANCIENNES MESURES AUX NOUVELLES.

205. Le paſſage des anciennes meſures aux nouvelles occaſionnera néceſſairement de continuelles réductions des unes aux autres, pour que la proportion ſe ſoutienne entre le prix & la quantité des objets de commerce, pour que les artiſtes accoutumés à conſtruire des ouvrages ſous des dimenſions déterminées, puiſſent retrouver ces mêmes dimenſions ſur le mètre, & qu'en un mot toutes les différentes unités & ſousdiviſions de ces unités compriſes dans l'ancien ſyſtème ne diſparoiſſent qu'après que le calcul aura marqué le degré qui répond à chacune d'elles, ſur l'échelle décimale du ſyſtème des meſures républicaines.

Le but des tables ſuivantes eſt de faciliter ces réductions, en offrant un moyen ſimple & expéditif de réſoudre, dans tous les cas particuliers, cette queſtion générale : *Étant donnée une ſomme d'unités & de fractions de l'unité relatives à telle eſpèce de meſure tirée de l'ancien ſyſtème, trouver la ſomme de même valeur qui y correſpond dans le nouveau.*

206. Ces tables ſont au nombre de douze, dont voici l'énumération, avec les numéros de renvoi aux articles de cette inſtruction, dans leſquels nous avons expoſé les réſultats qui leur ſervent de baſe. La première ſe rapporte aux meſures linéaires (8 & ſuiv.); la ſeconde, à la diviſion de la circonférence du cercle (24 & ſuiv.) ; la troiſième, à la diviſion du jour (36) ; la quatrième, à la meſure des ſurfaces en général (45) ; la cinquième, aux meſures agraires (44 & ſuiv.) ; la ſixième, aux meſures des ſolides en général (50) ; la ſeptième, aux meſures de capacité (50 & ſuiv.) ; la huitième, aux poids (59 & ſuiv.) ; la neuvième, aux monnoies (76) ; la dixième donne la réduction du prix de l'aune de telle

étoffe, au prix du mètre de la même étoffe; la onzième donne la réduction du prix de la livre, poids de marc, de telle marchandiſe, au prix du grave de la même marchandiſe; la douzième concerne la converſion des fractions ordinaires en fractions décimales.

207. Les nombres qui proviennent des deux ſyſtèmes, ſe correſpondent ſur deux colonnes collatérales; l'une à gauche pour les anciennes meſures, l'autre à droite pour les nouvelles.

En ſuivant la colonne à gauche de haut en bas, on trouve d'abord les dernières fractions de l'unité de chaque eſpèce de meſure ancienne, comme les lignes, lorſqu'il s'agit de meſures de longueur; les grains, lorſqu'il s'agit de poids, &c.; puis les fractions d'un ordre immédiatement ſupérieur, comme les pouces ou les gros dans les mêmes cas, & ainſi de ſuite juſqu'aux unités.

Les fractions de chaque ordre ſe ſuivent ordinairement ſans interruption, c'eſt-à-dire, par exemple, que les lignes forment une ſérie continue depuis 1 juſqu'à 11, le terme ſuivant étant le pouce; les pouces pareillement

depuis 1 juſqu'à 11, le terme ſuivant étant le pied, &c.

Quant aux unités ſimples, on les a auſſi diſpoſées d'une manière continue, depuis 1 juſqu'à 10, après quoi elles ſe ſuivent par dixaines dans cet ordre, 10, 20, 30, 40, &c.; puis par centaines, enſuite par mille &c., *(a)*. Nous donnerons dans un inſtant la manière d'obtenir, à l'aide de cet arrangement, les réductions demandées.

Les nombres qui répondent aux précédens ſur la colonne relative aux nouvelles meſures, ſont tous diſtingués en deux parties, au moyen d'une virgule qui ſépare les unités des décimales. Le nom de l'unité principale ſe trouve en tête de la colonne, & doit être toujours ſousentendu au-deſſus du chiffre qui précède immédiatement la virgule. Par exemple, le nombre 1753,5553, qui, dans la première table, termine la ſeconde colonne, doit être lu comme s'il y avoit 1753,5553 mt.

(a) Dans les tables relatives à la diviſion du cercle & du jour, les unités ſe ſuivent ſans interruption, d'une part, depuis un degré juſqu'à 90, & de l'autre, depuis une heure juſqu'à 24.

208. Dans la neuvième table qui donne la réduction du prix des monnoies, on a ſuivi une diſpoſition particulière. Cette table eſt diſtribuée comme les tables de multiplication connues en arithmétique. Les ſous ſont rangés depuis 1 juſqu'à 19, ſur une même bande verticale qui occupe le bord de cette table à gauche. Les deniers ſont pareillement rangés ſur une même bande horiſontale qui occupe le haut de la table. Il en réſulte que le nombre de décimes & de centimes qui répond à un nombre donné de ſous & de deniers, ſe trouve ſitué à la fois vis-à-vis du nombre des ſous & de celui des deniers, ainſi qu'on le verra encore plus clairement d'après l'exemple que nous citerons dans un inſtant.

209. Quant à la livre de compte, elle n'a beſoin d'aucune réduction, parce que ſa valeur eſt la même juſqu'ici dans l'un & l'autre ſyſtème.

210. Nous avons déjà propoſé (176 & ſuiv.), comme objet d'exercice, des exemples particuliers de la méthode de réduire immédiatement les anciennes meſures aux nouvelles, & l'on a vu que les réductions faites de cette manière occaſionnoient des multiplications &

des diviſions qui compliquoient les calculs. *A l'aide des tables ci-jointes, l'opération ſe bornera à de ſimples additions* qui épagneront beaucoup de temps & de travail.

EXEMPLES.

Table I.

211. On propoſe de réduire 546 toiſes 4 pieds 9 pouces en mètres & en parties décimales du mètre.

Cherchez ſucceſſivement dans les colonnes relatives aux anciennes meſures les nombres indiqués par les différentes valeurs des chiffres pris de gauche à droite, c'eſt-à-dire, les nombres $500^{T.}$, $40^{T.}$, $6^{T.}$, &c. Prenez les nombres correſpondans ſur les colonnes qui appartiennent au nouveau ſyſtème; écrivez ces nombres l'un au-deſſous de l'autre, comme il a été dit (101), & faites-en l'addition.

Voici le tableau de l'opération :

	mt.
$500^{T.}$ répondent à....	974,1974
40.....	77,9358
6.....	11,6904
$4^{P.}$.....	1,2989
$9^{P.}$...	0,2435
Réſultat de la réduction	1065,3660.

Table II.

212. Quel eſt le nombre de degrés, de minutes & de ſecondes de la nouvelle diviſion du cercle, qui équivaut à $75^{d}\ 14'\ 9''$ de l'ancienne?

75^{d} de l'ancien cercle répondent

à.....	$83^{d},333333$	du nouveau.
$14'$.....	0,259259	
$9''$.....	0,002778	
Réſultat de la réduction	$83^{d},595370.$	

Table III.

213. Quelle heure donne la nouvelle diviſion du jour, lorſqu'il eſt $9^{h}\ 45'\ 20''$ du matin, ſuivant l'ancienne?

9^{h} du nouveau jour répondent

à.....	$3^{h},750000$	de l'ancien.
$45'$.....	0,312500	
$20''$	0,002315	
Réſultat de la réduction	$4^{h},064815.$	
C'eſt-à-dire, à peu-près..	$4^{h}\ 6'\ 48''\ \frac{1}{4}.$	

Table IV.

214. Une ſurface évaluée d'après les anciennes meſures, a donné $214^{TT.}\ 5^{TP.}\ 4^{Tp.}\ 6^{Tl.}$ On demande combien elle contient de mètres carrés & de parties décimales du mètre carré?

	mt.q.
$200^{TT.}$ répondent à	759,2485
10	37,9624
4	15,1850
5^{TP}	3,1635
$4^{Tp.}$	0,2109
$6^{Tl.}$ ..	0,0264
Réſultat de la réduction.	mt.q. 815,7967.

Table V.

215. Combien un terrain égal à 250 arpens, de 100 perches carrées chacun, la perche étant de 22 pieds, renferme-t-il d'ares & de parties décimales de l'are?

	mt.q.
200 arpens répondent à	1020767,3887
50	255191,8472
Total en mètres carrés..	mt.q. 1275959,2359.

Or, l'are vaut dix mille mètres carrés

(46). Donc le terrain propoſé renferme $127,596^{ar.}$, en ſe bornant à trois décimales. (Voyez 92 & 120).

Table VI.

216. Un maſſif de maçonnerie étoit évalué dans l'ancien ſyſtème, $32^{TTT.}\ 4^{TTP.}\ 5^{TTp.}$; on propoſe d'en trouver la ſolidité, en prenant le mètre cubique pour unité de meſure.

$30^{TTT.}$ répondent à	$221,8974^{mt.c.}$
2.....	14,7932
$4^{TTP.}$.....	4,9311
$5^{TTp.}$.....	0,5137
Réſultat de la réduction....	$242,1354^{mt.c.}$

Table VII.

217. On demande combien 325 pintes, meſure de Paris, valent de cadils ?

300 pintes répondent à ..	$285,3618^{cd.}$
20.....	19,0241
5.....	4,7560
Réſultat de la réduction...	$309,1419^{cd.}$

Table VIII.

218. On propoſe de trouver le nombre de graves & de parties décimales du grave, qui répond à 1856 livres poids de marc.

1000 livres répondent à...	489,1460
800.....	391,3168
50.....	24,4573
6.....	2,9349
Réſultat de la réduction....	907,8550.

On a fait une petite peſée qui a donné 5 onces 4 gros 54 grains $\frac{3}{4}$. On demande l'équivalent en parties décimales du grave.

5 onces répondent à.....	0,1528581	
4 gros.....	0,0152858	
50 grains.....	0,0026538	
4.....	0,0002123	
$\frac{3}{4}$.....	0,0000398	*(a)*
Réſultat de la réduction...	0,1710498	

(a) Pour avoir ce nombre, qui ne ſe trouve pas immédiatement dans la table, il faut ajouter $\frac{1}{2}$ grain à $\frac{1}{4}$ de grain.

Table IX.

219. On propoſe de convertir une ſomme de 2354^{tt} 17^{s} 8^{d} en une autre de même valeur, compoſée de livres, décimes & centimes.

La valeur de la livre étant la même de part & d'autre, il ne s'agit que d'avoir le nombre de décimes & de centimes qui eſt égal à 17^{s} 8^{d}. Pour y parvenir, cherchez le nombre 8 des deniers, dans la partie ſupérieure de la table, & deſcendez le long de la bande verticale qui commence par ce nombre, juſqu'à ce que vous ſoyez arrivé vis-à-vis du nombre 17 placé dans la colonne des ſous. Le nombre ſur lequel vous ſerez tombé, & qui eſt $^{liv.}$0,8833, donnera la valeur des 17^{s} 8^{d} en parties décimales de la livre. Ainſi le réſultat total de la réduction eſt $^{liv.}$2354,8833.

Table X.

220. Un marchand qui fait le commerce des étoffes, vendoit juſqu'ici une certaine eſpèce

de drap à raiſon de 36ᵗᵗ 10ˢ 6ᵈ l'aune. Il veut ſavoir combien il doit vendre, à proportion, le mètre du même drap.

Le prix de 30ᵗᵗ pour l'aune,

	lv.
donne pour le mètre.....	25,2514
6ᵗᵗ.....	5,0503
10ˢ.....	0,4209
6ᵈ.....	0,0210
Réſultat de la reduction.....	lv. 30,7436.

Table XI.

221. La livre poids de marc d'une certaine marchandiſe valoit précédemment 3ᵗᵗ 12ˢ 9ᵈ. On demande combien vaut à proportion le grave de la même marchandiſe.

Le prix de 3ᵗᵗ pour la livre poids de marc,

	lv.
donne pour le grave.....	6,1331
12ˢ.....	1,2266
9ᵈ.....	0,0767
Réſultat de la réduction....	lv. 7,4364.

Table XII.

222. Cette table donne immédiatement les valeurs de toutes les fractions dont le numérateur ne ſurpaſſe pas 19, ou qui ne ſont pas des multiples de quelqu'autre fraction plus ſimple.

Ainſi, l'on trouvera

qu'à $\frac{5}{11}$ répond..... 0,454545
à.. $\frac{9}{14}$ ..... 0,642857.

Les exemples ſuivans indiqueront la manière dont on doit ſe conduire dans l'autre cas.

223. On demande la fraction décimale qui répond à $\frac{15}{27}$.

Si l'on diviſe par 3 le numérateur & le dénominateur de la fraction $\frac{15}{27}$, on aura pour ſa plus ſimple expreſſion $\frac{5}{9}$, qui ſe trouve dans la table, & à laquelle répond la fraction décimale 0,555555.

Quelle eſt la fraction décimale qui équivaut à $\frac{12}{44}$?

Cette fraction étant diviſée haut & bas par 4 devient $\frac{3}{11}$, dont la valeur en fraction décimale, indiquée par la table, eſt 0,272727.

Remarque.

224. Dans les nombres qui expriment des unités ſimples relatives aux nouvelles meſures, on s'eſt borné ordinairement à quatre décimales ; au lieu que dans l'expreſſion des fractions de l'unité, on a pris juſqu'à 7 décimales pour certaines tables, afin d'avoir toujours deux ou trois chiffres ſignificatifs à la ſuite des zéros donnés par les premières décimales. D'après cela, ſi l'on vouloit réduire, par exemple, au grave & à ſes ſousdiviſions, une ſomme de livres poids de marc, avec de très-petites fractions de la livre, il faudroit avoir recours à des tables plus étendues. Mais ces ſortes de cas ſont rares, parce que communément on ne tient compte des fractions dont il s'agit, que dans les réſultats des petites peſées, où l'unité du plus haut degré eſt l'once, & alors tous les nombres fournis par la table relative au grave ayant 7 décimales, on peut, au moyen de cette table, obtenir une préciſion ſuffiſante.

TABLES

POUR réduire les anciennes Meſures de longueur, de ſuperficie, de capacité & les anciens Poids, en Meſures & Poids du nouveau ſyſtème décrété par la Convention nationale.

Lignes.	MÈTRES.	Toises.	MÈTRES.
1	0,0023	1	1,9484
2	0,0045	2	3,8968
3	0,0068	3	5,8452
4	0,0090	4	7,7936
5	0,0113	5	9,7420
6	0,0135	6	11,6904
7	0,0158	7	13,6388
8	0,0180	8	15,5872
9	0,0203	9	17,5356
10	0,0226	10	19,4839
11	0,0248	20	38,9679
Pouces.		30	58,4518
1	0,0271	40	77,9358
2	0,0541	50	97,4197
3	0,0812	60	116,9037
4	0,1082	70	136,3876
5	0,1353	80	155,8716
6	0,1624	90	175,3555
7	0,1894	100	194,8395
8	0,2165	200	389,6790
9	0,2435	300	584,5184
10	0,2706	400	779,3579
11	0,2977	500	974,1974
Pieds.		600	1169,0369
1	0,3247	700	1363,8764
2	0,6495	800	1558,7159
3	0,9742	900	1753,5553
4	1,2989		
5	1,6237		
6	1,9484		

LINÉAIRES.

Toises.	MÈTRES.	*Aunes de Paris.*	MÈTRES.
1000	1948,3948	$\frac{1}{32}$	0,037127
2000	3896,7896	$\frac{1}{16}$	0,074253
3000	5845,1844	$\frac{1}{8}$	0,148507
4000	7793,5793	$\frac{1}{4}$	0,297014
5000	9741,9741	$\frac{1}{2}$	0,594027
6000	11690,3689	$\frac{1}{24}$	0,049502
7000	13638,7637	$\frac{1}{12}$	0,099005
8000	15587,1585	$\frac{1}{6}$	0,198009
9000	17535,5533	$\frac{1}{3}$	0,396018
10000	19483,9481	1	1,1881
20000	38967,8963	2	2,3761
30000	58451,8444	3	3,5642
40000	77935,7926	4	4,7522
50000	97419,7407	5	5,9403
60000	116903,6889	6	7,1283
70000	136387,6370	7	8,3164
80000	155871,5852	8	9,5044
90000	175355,5333	9	10,6925
100000	194839,4815	10	11,8805
200000	389678,9630	20	23,7611
300000	584518,4445	30	35,6416
400000	779357,9260	40	47,5222
500000	974197,4075	50	59,4027
600000	1169036,8890	60	71,2833
700000	1363876,3705	70	83,1638
800000	1558715,8519	80	95,0444
900000	1753555,3334	90	106,9249
1000000	1948394,8149	100	118,8055
		1000	1188,0548
		10000	11880,5479

Table II, Pour convertir les degrés, minutes, & décimaux & parties

Secondes anciennes.	DEGRÉS décimaux.	*Secondes anciennes.*	DEGRÉS décimaux.
1	0,000309	31	0,009568
2	0,000617	32	0,009876
3	0,000926	33	0,010185
4	0,001235	34	0,010494
5	0,001543	35	0,010802
6	0,001852	36	0,011111
7	0,002160	37	0,011420
8	0,002470	38	0,011728
9	0,002778	39	0,012037
10	0,003086	40	0,012346
11	0,003395	41	0,012654
12	0,003704	42	0,012963
13	0,004012	43	0,013272
14	0,004321	44	0,013580
15	0,004630	45	0,013889
16	0,004938	46	0,014197
17	0,005247	47	0,014506
18	0,005556	48	0,014815
19	0,005864	49	0,015123
20	0,006173	50	0,015432
21	0,006481	51	0,015741
22	0,006790	52	0,016049
23	0,007099	53	0,016358
24	0,007407	54	0,016667
25	0,007716	55	0,016975
26	0,008025	56	0,017284
27	0,008333	57	0,017593
28	0,008642	58	0,017901
29	0,008951	59	0,018210
30	0,009259	60	0,018519

Digitized by Google

secondes de l'ancienne division du cercle en degrés décimales de ces degrés.

Minutes anciennes.	DEGRÉS décimaux.	*Minutes anciennes.*	DEGRÉS décimaux.
1	0,018519	31	0,574074
2	0,037037	32	0,592592
3	0,055556	33	0,611111
4	0,074074	34	0,629629
5	0,092593	35	0,648148
6	0,111111	36	0,666666
7	0,129630	37	0,685185
8	0,148148	38	0,703703
9	0,166667	39	0,722222
10	0,185185	40	0,740740
11	0,203704	41	0,759259
12	0,222222	42	0,777777
13	0,240741	43	0,796296
14	0,259259	44	0,814814
15	0,277778	45	0,833333
16	0,296296	46	0,851851
17	0,314815	47	0,870370
18	0,333333	48	0,888888
19	0,351852	49	0,907407
20	0,370370	50	0,925926
21	0,388889	51	0,944444
22	0,407407	52	0,962963
23	0,425926	53	0,981481
24	0,444444	54	1,000000
25	0,462963	55	1,018519
26	0,481481	56	1,037037
27	0,500000	57	1,055556
28	0,518518	58	1,074074
29	0,537037	59	1,092592
30	0,555555	60	1,111111

Suite de la Table II, Pour convertir les degrés, minutes décimaux, & parties

Degrés anciens.	DEGRÉS décimaux.	*Degrés anciens.*	DEGRÉS décimaux.
1	1,111111	31	34,444444
2	2,222222	32	35,555556
3	3,333333	33	36,666667
4	4,444444	34	37,777778
5	5,555556	35	38,888889
6	6,666667	36	40,000000
7	7,777778	37	41,111111
8	8,888889	38	42,222222
9	10,000000	39	43,333333
10	11,111111	40	44,444444
11	12,222222	41	45,555556
12	13,333333	42	46,666667
13	14,444444	43	47,777778
14	15,555556	44	48,888889
15	16,666667	45	50,000000
16	17,777778	46	51,111111
17	18,888889	47	52,222222
18	20,000000	48	53,333333
19	21,111111	49	54,444444
20	22,222222	50	55,555556
21	23,333333	51	56,666667
22	24,444444	52	57,777778
23	25,555556	53	58,888889
24	26,666667	54	60,000000
25	27,777778	55	61,111111
26	28,888889	56	62,222222
27	30,000000	57	63,333333
28	31,111111	58	64,444444
29	32,222222	59	65,555556
30	33,333333	60	66,666667

& secondes de l'ancienne division du cercle en degrés décimales de ces degrés.

Degrés anciens.	DEGRÉS décimaux.	*Degrés anciens.*	DEGRÉS décimaux.
61	67,777778	100	111,111111
62	68,888889	110	122,222222
63	70,000000	120	133,333333
64	71,111111	130	144,444444
65	72,222222	140	155,555556
66	73,333333	150	166,666667
67	74,444444	160	177,777778
68	75,555556	170	188,888889
69	76,666667	180	200,000000
70	77,777778	190	211,111111
71	78,888889	200	222,222222
72	80,000000	210	233,333333
73	81,111111	220	244,444444
74	82,222222	230	255,555556
75	83,333333	240	266,666667
76	84,444444	250	277,777778
77	85,555556	260	288,888889
78	86,666667	270	300,000000
79	87,777778	280	311,111111
80	88,888889	290	322,222222
81	90,000000	300	333,333333
82	91,111111	310	344,444444
83	92,222222	320	355,555556
84	93,333333	330	366,666667
85	94,444444	340	377,777778
86	95,555556	350	388,888889
87	96,666667	360	400,000000
88	97,777778		
89	98,888889		
90	100,000000		

Table III, Pour convertir l'ancienne

Secondes anciennes.	HEURES décimales.	*Secondes anciennes*	HEURES décimales.	*Minutes anciennes*
1	0,000116	31	0,003588	1
2	0,000231	32	0,003704	2
3	0,000347	33	0,003819	3
4	0,000463	34	0,003935	4
5	0,000579	35	0,004051	5
6	0,000694	36	0,004167	6
7	0,000810	37	0,004282	7
8	0,000926	38	0,004398	8
9	0,001042	39	0,004514	9
10	0,001157	40	0,004630	10
11	0,001273	41	0,004745	11
12	0,001389	42	0,004861	12
13	0,001505	43	0,004977	13
14	0,001620	44	0,005093	14
15	0,001736	45	0,005208	15
16	0,001852	46	0,005324	16
17	0,001968	47	0,005440	17
18	0,002083	48	0,005556	18
19	0,002199	49	0,005671	19
20	0,002315	50	0,005787	20
21	0,002431	51	0,005903	21
22	0,002546	52	0,006018	22
23	0,002662	53	0,006134	23
24	0,002778	54	0,006250	24
25	0,002893	55	0,006366	25
26	0,003009	56	0,006481	26
27	0,003125	57	0,006597	27
28	0,003241	58	0,006713	28
29	0,003356	59	0,006829	29
30	0,003472	60	0,006944	30

division du jour en division décimale.

HEURES décimales.	*Minutes ancienn.*	HEURES décimales.	*Heures ancienn.*	HEURES décimales.
0,006944	31	0,215278	1	0,416667
0,013889	32	0,222222	2	0,833333
0,020833	33	0,229167	3	1,250000
0,027778	34	0,236111	4	1,666667
0,034722	35	0,243056	5	2,083333
0,041667	36	0,250000	6	2,500000
0,048611	37	0,256944	7	2,916667
0,055556	38	0,263889	8	3,333333
0,062500	39	0,270833	9	3,750000
0,069444	40	0,277778	10	4,166667
0,076389	41	0,284722	11	4,583333
0,083333	42	0,291667	12	5,000000
0,090278	43	0,298611	13	5,416667
0,097222	44	0,305556	14	5,833333
0,104167	45	0,312500	15	6,250000
0,111111	46	0,319444	16	6,666667
0,118056	47	0,326389	17	7,083333
0,125000	48	0,333333	18	7,500000
0,131944	49	0,340278	19	7,916667
0,138889	50	0,347222	20	8,333333
0,145833	51	0,354167	21	8,750000
0,152778	52	0,361111	22	9,166666
0,159722	53	0,368056	23	9,583333
0,166667	54	0,375000	24	10,000000
0,173611	55	0,381944		
0,180556	56	0,388889		
0,187500	57	0,395833		
0,194444	58	0,402778		
0,201389	59	0,409722		
0,208333	60	0,416667		

Toises-points	MÈTRES CARRÉS.
1	0,000366
2	0,000732
3	0,001098
4	0,001465
5	0,001831
6	0,002197
7	0,002563
8	0,002929
9	0,003295
10	0,003661
11	0,004028
Toises-lignes	
1	0,004394
2	0,008788
3	0,013181
4	0,017575
5	0,021969
6	0,026363
7	0,030757
8	0,035150
9	0,039544
10	0,043938
11	0,048332
Toises-pouces	
1	0,052726
2	0,105451
3	0,158177
4	0,210902
5	0,263628
6	0,316354

Toises-pouces	MÈTRES CARRÉS.
7	0,369079
8	0,421805
9	0,474530
10	0,527256
11	0,579981
Toises-pieds.	
1	0,632707
2	1,265414
3	1,898121
4	2,530828
5	3,163535
Toises carrées	
1	3,796242
2	7,592485
3	11,388727
4	15,184969
5	18,981212
6	22,777454
7	26,573696
8	30,369939
9	34,166181
10	37,962424
20	75,924847
30	113,887271
40	151,849694
50	189,812118
60	227,774541
70	265,736965
80	303,699388
90	341,661812

Digitized by Google

DES SURFACES.

Toises carrées.	MÈTRES CARRÉS.
100	379,6242
200	759,2485
300	1138,8727
400	1518,4969
500	1898,1212
600	2277,7454
700	2657,3696
800	3036,9939
900	3416,6181
1000	3796,2424
2000	7592,4847
3000	11388,7271
4000	15184,9694
5000	18981,2118
6000	22777,4541
7000	26573,6965
8000	30369,9388
9000	34166,1812
10000	37962,4235
20000	75924,8471
30000	113887,2706
40000	151849,6942
50000	189812,1177
60000	227774,5413
70000	265736,9648
80000	303699,3884
90000	341661,8119
100000	379624,2355
1000000	3796242,3549

Pieds carrés.	MÈTRES CARRÉS.
1	0,105451
2	0,210902
3	0,316354
6	0,632707
12	1,265414
18	1,898121
24	2,530828
30	3,163535
36	3,796242
Pouces carrés.	
1	0,000732
2	0,001465
3	0,002197
6	0,004394
12	0,008788
18	0,013181
36	0,026363
72	0,052726
144	0,105451
Lignes carrées.	
1	0,000005
2	0,000010
3	0,000015
6	0,000031
12	0,000061
18	0,000092
36	0,000183
72	0,000366
144	0,000732

TABLE V. Arpent de Paris de 100 perches carrées, la perche linéaire de 18 pieds.

Perches carrées.	METRES CARRÉS.	*Arpens.*	METRES CARRÉS.
1	34,1662	10	34166,1812
2	68,3324	20	68332,3624
3	102,4985	30	102498,5436
4	136,6647	40	136664,7248
5	170,8309	50	170830,9060
6	204,9971	60	204997,0871
7	239,1633	70	239163,2683
8	273,3294	80	273329,4495
9	307,4956	90	307495,6307
10	341,6618	100	341661,8119
20	683,3236	200	683323,6239
30	1024,9854	300	1024985,4358
40	1366,6472	400	1366647,2477
50	1708,3091	500	1708309,0597
60	2049,9709	600	2049970,8716
70	2391,6327	700	2391632,6836
80	2733,2945	800	2733294,4955
90	3074,9563	900	3074956,3074
Arpens.		1000	3416618,1194
1	3416,6181	2000	6833236,2387
2	6833,2362	3000	10249854,3581
3	10249,8544	4000	13666472,4775
4	13666,4725	5000	17083090,5968
5	17083,0906	6000	20499708,7162
6	20499,7087	7000	23916326,8356
7	23916,3268	8000	27332944,9549
8	27332,9450	9000	30749563,0743
9	30749,5631	10000	34166181,1937
		100000	341661811,937
		1000000	3416618119,37

Digitized by Google

Arpent de France de 100 perches carrées, la perche linéaire de 22 pieds.

Perches carrées.	MÈTRES CARRÉS.	*Arpens.*	MÈTRES CARRÉS.
1	51,0384	10	51038,3694
2	102,0767	20	102076,7389
3	153,1151	30	153115,1083
4	204,1535	40	204153,4777
5	255,1918	50	255191,8472
6	306,2302	60	306230,2166
7	357,2686	70	357268,5861
8	408,3070	80	408306,9555
9	459,3453	90	459345,3249
10	510,3837	100	510383,6944
20	1020,7674	200	1020767,3887
30	1531,1511	300	1531151,0831
40	2041,5348	400	2041534,7775
50	2551,9185	500	2551918,4719
60	3062,3022	600	3062302,1662
70	3572,6859	700	3572685,8606
80	4083,0696	800	4083069,5550
90	4593,4532	900	4593453,2494
Arpens.		1000	5103836,9437
1	5103,8369	2000	10207673,8875
2	10207,6739	3000	15311510,8312
3	15311,5108	4000	20415347,7750
4	20415,3478	5000	25519184,7187
5	25519,1847	6000	30623021,6625
6	30623,0217	7000	35726858,6062
7	35726,8586	8000	40830695,5500
8	40830,6955	9000	45934532,4937
9	45934,5325	10000	51038369,4375
10	51038,3694	100000	510383694,375
		1000000	5103836943,75

T-T points.	MÈTRES CUBES.
1	0,000713
2	0,001427
3	0,002140
4	0,002854
5	0,003567
6	0,004280
7	0,004994
8	0,005707
9	0,006421
10	0,007134
11	0,007847
T-T Lignes.	
1	0,008561
2	0,017122
3	0,025683
4	0,034243
5	0,042804
6	0,051365
7	0,059926
8	0,068487
9	0,077048
10	0,085609
11	0,094169
T-T Pouces.	
1	0,102730
2	0,205461
3	0,308191
4	0,410921
5	0,513652
6	0,616382

T-T pouces.	MÈTRES CUBES.
7	0,719112
8	0,821842
9	0,924572
10	1,027303
11	1,130033
T-T Pieds.	
1	1,232763
2	2,465526
3	3,698289
4	4,931053
5	6,163816
Toises cubes.	
1	7,3966
2	14,7932
3	22,1897
4	29,5863
5	36,9829
6	44,3795
7	51,7761
8	59,1726
9	66,5692
10	73,9658
20	147,9316
30	221,8974
40	295,8632
50	369,8289
60	443,7947
70	517,7605
80	591,7263
90	665,6921

Toises cubes	MÈTRES CUBES.
100	739,6579
200	1479,3158
300	2218,9737
400	2958,6316
500	3698,2895
600	4437,9474
700	5177,6052
800	5917,2631
900	6656,9210
1000	7396,5789
2000	14793,1578
3000	22189,7368
4000	29586,3157
5000	36982,8946
6000	44379,4735
7000	51776,0524
8000	59172,6314
9000	66569,2103
10000	73965,7892
20000	147931,5784
30000	221897,3676
40000	295863,1568
50000	369828,9460
60000	443794,7352
70000	517760,5244
80000	591726,3136
90000	665692,1028
100000	739657,8920
1000000	7396578,9204

Pieds cubes.	MÈTRES CUBES.
1	0,034243
2	0,068487
3	0,102730
4	0,136974
5	0,171217
10	0,342434
100	3,424342
200	6,848684
216	7,396579
Pouces cubes.	
1	0,000020
2	0,000040
3	0,000059
4	0,000079
5	0,000099
10	0,000198
100	0,001982
1000	0,019817
1728	0,034243
Lignes cubes.	
1	0,000000
2	0,000000
3	0,000000
4	0,000000
5	0,000000
10	0,000000
100	0,000001
1000	0,000011
1728	0,000020

La pinte de Paris de 48 pouces cubes, réduite en cadil.

Pintes.	CADILS.	*Pintes.*	CADILS.
1	0,9512	1000	951,2061
2	1,9024	2000	1902,4123
3	2,8536	3000	2853,6184
4	3,8048	4000	3804,8245
5	4,7560	5000	4756,0307
6	5,7072	6000	5707,2368
7	6,6584	7000	6658,4430
8	7,6096	8000	7609,6491
9	8,5609	9000	8560,8552
10	9,5121	10000	9512,0614
20	19,0241	20000	19024,1227
30	28,5362	30000	28536,1841
40	38,0482	40000	38048,2455
50	47,5603	50000	47560,3068
60	57,0724	60000	57072,3682
70	66,5844	70000	66584,4296
80	76,0965	80000	76096,4910
90	85,6086	90000	85608,5523
100	95,1206	100000	95120,6137
200	190,2412	200000	190241,2274
300	285,3618	300000	285361,8411
400	380,4825	400000	380482,4548
500	475,6031	500000	475603,0684
600	570,7237	600000	570723,6821
700	665,8443	700000	665844,2958
800	760,9649	800000	760964,9095
900	856,0855	900000	856085,5232
		1000000	951206,1369

Le boisseau de Paris de 640 pouces cubes réd. en centicade.

Boisseaux.	CENTICADES.	*Boisseaux.*	CENTICADES.
1	1,2683	1000	1268,2749
2	2,5365	2000	2536,5497
3	3,8048	3000	3804,8245
4	5,0731	4000	5073,0994
5	6,3414	5000	6341,3742
6	7,6096	6000	7609,6491
7	8,8779	7000	8877,9239
8	10,1462	8000	10146,1988
9	11,4145	9000	11414,4736
10	12,6827	10000	12682,7485
20	25,3655	20000	25365,4970
30	38,0482	30000	38048,2455
40	50,7310	40000	50730,9940
50	63,4137	50000	63413,7425
60	76,0965	60000	76096,4910
70	88,7792	70000	88779,2394
80	101,4620	80000	101461,9879
90	114,1447	90000	114144,7364
100	126,8275	100000	126827,4849
200	253,6550	200000	253654,9698
300	380,4825	300000	380482,4548
400	507,3099	400000	507309,9397
500	634,1374	500000	634137,4246
600	760,9649	600000	760964,9095
700	887,7924	700000	887792,3944
800	1014,6199	800000	1014619,8793
900	1141,4474	900000	1141447,3643
		1000000	1268274 8492

TABLE VIII, Pour réduire les livres, onces, décimales

Grains.	FRACTIONS décimales DU GRAVE.	*Gros.*	FRACTIONS décimales DU GRAVE.
$\frac{1}{128}$	0,0000004	1	0,0038215
$\frac{1}{64}$	0,0000008	2	0,0076429
$\frac{1}{32}$	0,0000017	3	0,0114644
$\frac{1}{16}$	0,0000033	4	0,0152858
$\frac{1}{8}$	0,0000066	5	0,0191073
$\frac{1}{4}$	0,0000133	6	0,0229287
$\frac{1}{2}$	0,0000265	7	0,0267502
1	0,0000531	*Onces.*	
2	0,0001062	1	0,0305716
3	0,0001592	2	0,0611433
4	0,0002123	3	0,0917149
5	0,0002654	4	0,1222865
6	0,0003185	5	0,1528581
7	0,0003715	6	0,1834298
8	0,0004246	7	0,2140014
9	0,0004777	8	0,2445730
10	0,0005308	9	0,2751446
20	0,0010615	10	0,3057163
30	0,0015923	11	0,3362879
40	0,0021230	12	0,3668595
50	0,0026538	13	0,3974311
60	0,0031845	14	0,4280028
70	0,0037153	15	0,4585744
72	0,0038215	16	0,4891460

gros & grains des anciens poids, en graves & fractions du grave.

Livres.	GRAVES.
1	0,4891
2	0,9783
3	1,4674
4	1,9566
5	2,4457
6	2,9349
7	3,4240
8	3,9132
9	4,4023
10	4,8915
20	9,7829
30	14,6744
40	19,5658
50	24,4573
60	29,3488
70	34,2402
80	39,1317
90	44,0231
100	48,9146
200	97,8292
300	146,7438
400	195,6584
500	244,5730
600	293,4876
700	342,4022
800	391,3168
900	440,2314
1000	489,1460
10000	4891,4601
100000	48914,6011
1000000	489146,0114

TABLE IX. Pour convertir les sous & deniers de la livre numéraire en décimes & centimes de la même livre.

SOUS.	DENIERS.					
	0	1	2	3	4	5
0	0,0000	0,0042	0,0083	0,0125	0,0167	0,0208
1	0,0500	0,0542	0,0583	0,0625	0,0667	0,0708
2	0,1000	0,1042	0,1083	0,1125	0,1167	0,1208
3	0,1500	0,1542	0,1583	0,1625	0,1667	0,1708
4	0,2000	0,2042	0,2083	0,2125	0,2167	0,2208
5	0,2500	0,2542	0,2583	0,2625	0,2667	0,2708
6	0,3000	0,3042	0,3083	0,3125	0,3167	0,3208
7	0,3500	0,3542	0,3583	0,3625	0,3667	0,3708
8	0,4000	0,4042	0,4083	0,4125	0,4167	0,4208
9	0,4500	0,4542	0,4583	0,4625	0,4667	0,4708
10	0,5000	0,5042	0,5083	0,5125	0,5167	0,5208
11	0,5500	0,5542	0,5583	0,5625	0,5667	0,5708
12	0,6000	0,6042	0,6083	0,6125	0,6167	0,6208
13	0,6500	0,6542	0,6583	0,6625	0,6667	0,6708
14	0,7000	0,7042	0,7083	0,7125	0,7167	0,7208
15	0,7500	0,7542	0,7583	0,7625	0,7667	0,7708
16	0,8000	0,8042	0,8083	0,8125	0,8167	0,8208
17	0,8500	0,8542	0,8583	0,8625	0,8667	0,8708
18	0,9000	0,9042	0,9083	0,9125	0,9167	0,9208
19	0,9500	0,9542	0,9583	0,9625	0,9667	0,9708

Digitized by Google

Suite de la Table IX. Pour convertir les fous & deniers de la livre numéraire en décimes & centimes de la même livre.

sous	DENIERS.					
	6	7	8	9	10	11
0	0,0250	0,0292	0,0333	0,0375	0,0417	0,0458
1	0,0750	0,0792	0,0833	0,0875	0,0917	0,0958
2	0,1250	0,1292	0,1333	0,1375	0,1417	0,1458
3	0,1750	0,1792	0,1833	0,1875	0,1917	0,1958
4	0,2250	0,2292	0,2333	0,2375	0,2417	0,2458
5	0,2750	0,2792	0,2833	0,2875	0,2917	0,2958
6	0,3250	0,3292	0,3333	0,3375	0,3417	0,3458
7	0,3750	0,3792	0,3833	0,3875	0,3917	0,3958
8	0,4250	0,4292	0,4333	0,4375	0,4417	0,4458
9	0,4750	0,4792	0,4833	0,4875	0,4917	0,4958
10	0,5250	0,5292	0,5333	0,5375	0,5417	0,5458
11	0,5750	0,5792	0,5833	0,5875	0,5917	0,5958
12	0,6250	0,6292	0,6333	0,6375	0,6417	0,6458
13	0,6750	0,6792	0,6833	0,6875	0,6917	0,6958
14	0,7250	0,7292	0,7333	0,7375	0,7417	0,7458
15	0,7750	0,7792	0,7833	0,7875	0,7917	0,7958
16	0,8250	0,8292	0,8333	0,8375	0,8417	0,8458
17	0,8750	0,8792	0,8833	0,8875	0,8917	0,8958
18	0,9250	0,9292	0,9333	0,9375	0,9417	0,9458
19	0,9750	0,9792	0,9833	0,9875	0,9917	0,9958

TABLE X. Prix du mètre d'une étoffe quelconque d'après le prix de l'aune.

Prix de l'aune.	PRIX DU MÈTRE.	Prix de l'aune.	PRIX DU MÈTRE.
Deniers.	Livres.	*Livres.*	Livres.
1	0,0035	1	0,8417
2	0,0070	2	1,6834
3	0,0105	3	2,5251
4	0,0140	4	3,3668
5	0,0175	5	4,2086
6	0,0210	6	5,0503
7	0,0245	7	5,8920
8	0,0281	8	6,7337
9	0,0316	9	7,5754
10	0,0351	10	8,4171
11	0,0386	20	16,8342
Sous.		30	25,2514
1	0,0421	40	33,6685
2	0,0842	50	42,0856
3	0,1263	60	50,5027
4	0,1683	70	58,9198
5	0,2104	80	67,3370
6	0,2525	90	75,7541
7	0,2946	100	84,1712
8	0,3367	200	168,3424
9	0,3788	300	252,5136
10	0,4209	400	336,6848
11	0,4629	500	420,8560
12	0,5050	600	505,0272
13	0,5471	700	589,1984
14	0,5892	800	673,3696
15	0,6313	900	757,5408
16	0,6734	1000	841,7120
17	0,7155	2000	1683,4240
18	0,7575	3000	2525,1361
19	0,7996	4000	3366,8481

TABLE. XI. Prix du grave d'après le prix de la livre poids de marc.

Prix de la liv. P.ds de marc.	PRIX DU GRAVE.	Prix de la liv. P.ds de marc.	PRIX DU GRAVE.
Deniers.	Liv. de compte.	*Liv. de compte*	Livres de compte.
1	0,0085	1	2,0444
2	0,0170	2	4,0888
3	0,0256	3	6,1331
4	0,0341	4	8,1775
5	0,0426	5	10,2219
6	0,0511	6	12,2663
7	0,0596	7	14,3107
8	0,0681	8	16,3550
9	0,0767	9	18,3994
10	0,0852	10	20,4438
11	0,0937	20	40,8876
Sous.		30	61,3314
1	0,1022	40	81,7752
2	0,2044	50	102,2190
3	0,3067	60	122,6628
4	0,4089	70	143,1066
5	0,5111	80	163,5503
6	0,6133	90	183,9941
7	0,7155	100	204,4379
8	0,8178	200	408,8759
9	0,9200	300	613,3138
10	1,0222	400	817,7517
11	1,1244	500	1022,1897
12	1,2266	600	1226,6276
13	1,3288	700	1431,0655
14	1,4311	800	1635,5035
15	1,5333	900	1839,9414
16	1,6355	1000	2044,3793
17	1,7377	2000	4088,7587
18	1,8399	3000	6133,1380
19	1,9422	4000	8177,5174

Digitized by Google

TABLE XII. Réduction des fractio

Fractions ordinaires.	FRACTIONS DÉCIMALES.	Fractions ordinaires.	FRACTIONS DÉCIMALES.
$\frac{1}{2}$	0,500000	$\frac{3}{10}$	0,300000
$\frac{1}{3}$	0,333333	$\frac{3}{11}$	0,272727
$\frac{1}{4}$	0,250000	$\frac{3}{13}$	0,230769
$\frac{1}{5}$	0,200000	$\frac{3}{14}$	0,214286
$\frac{1}{6}$	0,166666	$\frac{3}{16}$	0,187500
$\frac{1}{7}$	0,142857	$\frac{3}{17}$	0,176471
$\frac{1}{8}$	0,125000	$\frac{3}{19}$	0,157895
$\frac{1}{9}$	0,111111	$\frac{3}{20}$	0,150000
$\frac{1}{10}$	0,100000	$\frac{4}{5}$	0,800000
$\frac{1}{11}$	0,090909	$\frac{4}{7}$	0,571428
$\frac{1}{12}$	0,083333	$\frac{4}{9}$	0,444444
$\frac{1}{13}$	0,076923	$\frac{4}{11}$	0,363636
$\frac{1}{14}$	0,071429	$\frac{4}{13}$	0,307692
$\frac{1}{15}$	0,066666	$\frac{4}{15}$	0,266666
$\frac{1}{16}$	0,062500	$\frac{4}{17}$	0,235294
$\frac{1}{17}$	0,058824	$\frac{4}{19}$	0,210526
$\frac{1}{18}$	0,055555	$\frac{5}{6}$	0,833333
$\frac{1}{19}$	0,052632	$\frac{5}{7}$	0,714285
$\frac{1}{20}$	0,050000	$\frac{5}{8}$	0,625000
$\frac{2}{3}$	0,666666	$\frac{5}{9}$	0,555555
$\frac{2}{5}$	0,400000	$\frac{5}{11}$	0,454545
$\frac{2}{7}$	0,285714	$\frac{5}{12}$	0,416666
$\frac{2}{9}$	0,222222	$\frac{5}{13}$	0,384615
$\frac{2}{11}$	0,181818	$\frac{5}{14}$	0,357143
$\frac{2}{13}$	0,153846	$\frac{5}{16}$	0,312500
$\frac{2}{15}$	0,133333	$\frac{5}{17}$	0,294118
$\frac{2}{17}$	0,117647	$\frac{5}{18}$	0,277777
$\frac{2}{19}$	0,105263	$\frac{5}{19}$	0,263158
$\frac{3}{4}$	0,750000	$\frac{6}{7}$	0,857142
$\frac{3}{5}$	0,600000	$\frac{6}{11}$	0,545454
$\frac{3}{7}$	0,428571	$\frac{6}{13}$	0,461538
$\frac{3}{8}$	0,375000	$\frac{6}{17}$	0,352941

ordinaires en fractions décimales.

Fractions ordinaires.	FRACTIONS DÉCIMALES.	*Fractions ordinaires.*	FRACTIONS DÉCIMALES.
$\frac{6}{19}$	0,315789	$\frac{12}{13}$	0,846153
$\frac{7}{8}$	0,875000	$\frac{11}{14}$	0,785714
$\frac{7}{9}$	0,777777	$\frac{11}{15}$	0,733333
$\frac{7}{10}$	0,700000	$\frac{11}{16}$	0,687500
$\frac{7}{11}$	0,636363	$\frac{11}{17}$	0,647059
$\frac{7}{12}$	0,583333	$\frac{11}{18}$	0,611111
$\frac{7}{13}$	0,538461	$\frac{11}{19}$	0,578947
$\frac{7}{15}$	0,466666	$\frac{11}{20}$	0,550000
$\frac{7}{16}$	0,437500	$\frac{12}{13}$	0,923076
$\frac{7}{17}$	0,411765	$\frac{12}{17}$	0,705882
$\frac{7}{18}$	0,388888	$\frac{12}{19}$	0,631579
$\frac{7}{19}$	0,368421	$\frac{13}{14}$	0,928571
$\frac{7}{20}$	0,350000	$\frac{13}{15}$	0,866666
$\frac{8}{9}$	0,888888	$\frac{13}{16}$	0,812500
$\frac{8}{11}$	0,727272	$\frac{13}{17}$	0,764706
$\frac{8}{13}$	0,615384	$\frac{13}{18}$	0,722222
$\frac{8}{15}$	0,533333	$\frac{13}{19}$	0,684211
$\frac{8}{17}$	0,470588	$\frac{13}{20}$	0,650000
$\frac{8}{19}$	0,421053	$\frac{14}{15}$	0,933333
$\frac{9}{10}$	0,900000	$\frac{14}{17}$	0,823529
$\frac{9}{11}$	0,818181	$\frac{14}{19}$	0,736842
$\frac{9}{13}$	0,692307	$\frac{15}{16}$	0,937500
$\frac{9}{14}$	0,642857	$\frac{15}{17}$	0,882353
$\frac{9}{16}$	0,562500	$\frac{15}{19}$	0,789474
$\frac{9}{17}$	0,529412	$\frac{15}{20}$	0,750000
$\frac{9}{19}$	0,473684	$\frac{16}{17}$	0,941176
$\frac{9}{20}$	0,450000	$\frac{16}{19}$	0,842105
$\frac{10}{11}$	0,909090	$\frac{17}{18}$	0,944444
$\frac{10}{13}$	0,769230	$\frac{17}{19}$	0,894737
$\frac{10}{17}$	0,588235	$\frac{17}{20}$	0,850000
$\frac{10}{19}$	0,526316	$\frac{18}{19}$	0,947368
$\frac{11}{12}$	0,833333	$\frac{19}{20}$	0,950000

REMARQUE.

Les réſultats contenus dans les tables précédentes ſont partie d'autres réſultats plus étendus, dont on a ſupprimé enſuite un certain nombre de décimales, en ajoutant une unité à la dernière des décimales conſervées, dans les cas indiqués ci-deſſus (120). Il s'en ſuit que tel nombre qui répond au double, au triple, au quadruple, &c. d'un autre nombre compris dans la même table, eſt ſouvent plus fort d'une unité qu'il ne le ſeroit, ſi on l'eût cherché en multipliant immédiatement le premier par 2, 3, 4, &c. Mais d'après ce qui vient d'être dit, on voit que cette différence ne fait qu'ajouter à l'exactitude du nombre qu'elle affecte.

Nous joignons ici les valeurs de la plupart des baſes qui ont ſervi à calculer les tables, ou les rapports entre les principales unités de l'ancien ſyſtème & celles du nouveau, & réciproquement, avec dix décimales ou davantage. Ces valeurs qui dérivent toutes de celle du quart du méridien, en ſuppoſant cette dernière rigoureuſe, pourront être utiles à ceux qui voudroient avoir certains multiples ou certaines ſousdiviſions d'une eſpèce particulière d'unité, ou entreprendre en général des calculs avec une préciſion plus grande que celle qui eſt donnée, par les tables.

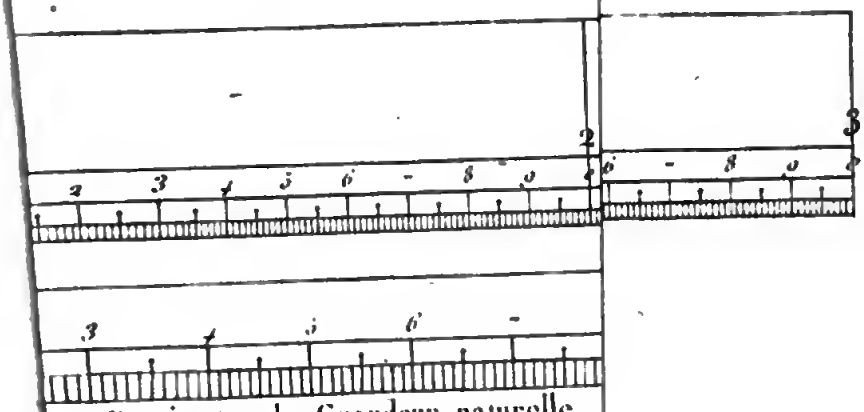
LE QUART DU MÉRIDIEN TERRESTRE étant de.....		5132430 toises,
ou.....		30794580 pieds.
Le MÈTRE vaut en pieds.....	P.	3,079458. exactement.
Le pied vaut en mètres.....	mt.	0,3247324691552864.
Le MÈTRE CARRÉ vaut en pieds carrés.	p. q.	9,483061573764. exactement.
Le pied carré vaut en mètres carrés....	mt. q.	0,10545117652 3689.
Le MÈTRE CUBE vaut en pieds cubes...	p. c.	29,202689827820139912. exactem.
Le pied cube vaut en mètres cubes....	mt. c.	0,03424342092786175.
Le CADIL vaut en pintes de Paris...	pte.	1,05129683380 1525.
La pinte de Paris vaut en cadils.....	cd.	0,95120613688 52.
Le GRAVE vaut en livres poids de marc.	liv.	2,0443793402777, &c.
La livre poids de marc vaut en graves...	gv.	0,4891460113582082.
Le MÈTRE vaut en aune de Paris...	a.	0,8417120253.
L'aune de Paris vaut en mètres.....	mt.	1,1880547858 79.

FIN.

608140

Biblioteca Nazionale NAPOLI

Fig. 1.



Decimetre de Grandeur naturelle.

Fig 3.

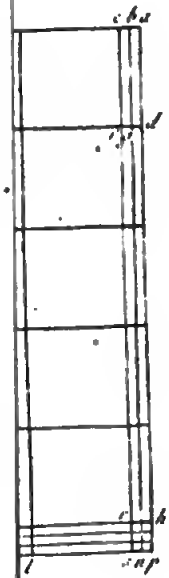
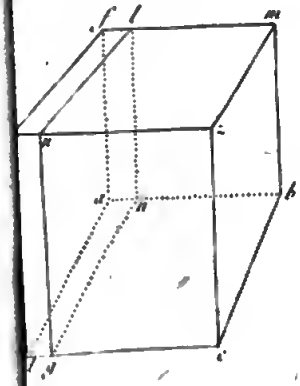
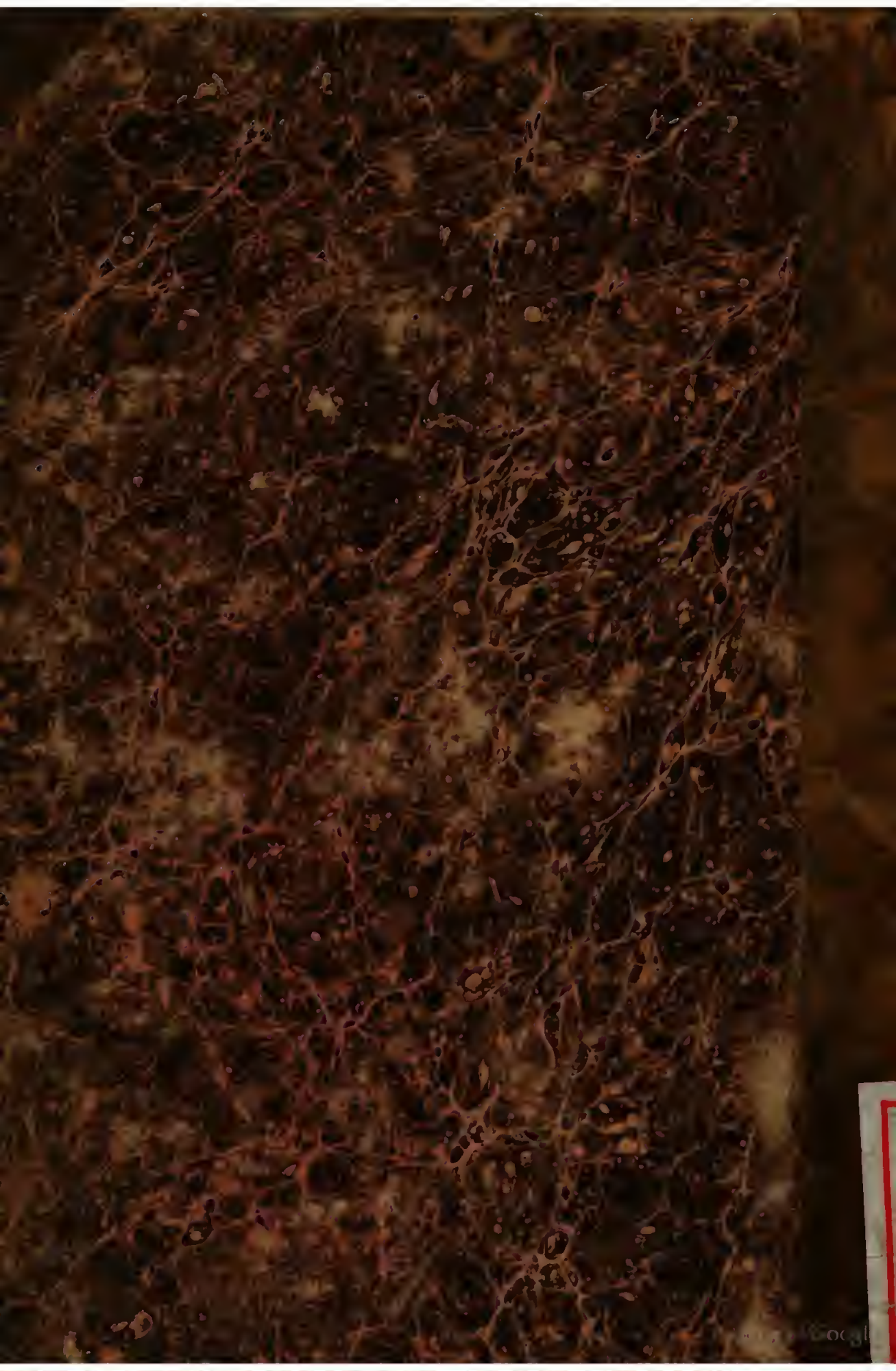


Fig. 6.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III - N. POLI

60